

Nombres entiers et décimaux

Cours de maths - 6ème

Dans ce chapitre, tu apprends à **lire, écrire, comparer et arrondir** les nombres décimaux, puis à calculer avec eux : multiplier par 10 ou par 0,1, poser une addition, une soustraction, une multiplication ou une division. Chaque partie se termine par une méthode à retenir.

1. Le tableau de numération

Nombre décimal Un nombre décimal est un nombre que l'on peut écrire avec une **fraction décimale**, c'est-à-dire une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000... Son écriture avec une virgule comprend deux parties : la **partie entière** (à gauche de la virgule) et la **partie décimale** (à droite).

Partie entière				Partie décimale		
unités de milliers	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
4	5	0	7	3	8	2

Le nombre 4 507,382 dans le tableau : la virgule se place juste après le chiffre des unités.

Exemple 4 507,382 se lit « quatre mille cinq cent sept unités et trois cent quatre-vingt-deux millièmes ». Sa partie entière est 4 507 et sa partie décimale est 0,382.

Ne pas confondre Le **chiffre** des dizaines et le **nombre** de dizaines ne sont pas la même chose. Dans 4 507,382, le chiffre des dizaines est 0 mais il y a 450 dizaines en tout (4 507 unités, c'est 450 paquets de dix et il en reste 7).

2. Fractions décimales et écriture à virgule

À savoir par cœur 1 unité = 10 dixièmes = 100 centièmes = 1 000 millièmes. Un dixième vaut donc $\frac{1}{10} = 0,1$; un centième $\frac{1}{100} = 0,01$; un millième $\frac{1}{1000} = 0,001$.

Passer d'une fraction décimale à l'écriture à virgule Le nombre de zéros du dénominateur donne le nombre de chiffres après la virgule.

$$\frac{47}{10} = 4 + \frac{7}{10} = 4,7 \quad \frac{253}{100} = 2 + \frac{53}{100} = 2,53 \quad \frac{7}{1000} = 0,007.$$

Décomposer un nombre $6,25 = 6 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 6 + \frac{25}{100}$. Et $12,408 = 12 +$

4/10 + 8/1000 (le chiffre des centièmes est 0).

3. Comparer, ranger, intercaler, encadrer

Vocabulaire Comparer deux nombres, c'est dire lequel est le plus petit ou le plus grand, avec les symboles $<$ (strictement inférieur), $>$ (strictement supérieur), $\leq$ (inférieur ou égal) et $\geq$ (supérieur ou égal). **Ranger** des nombres, c'est les écrire dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand) ou décroissant. **Intercaler** un nombre entre deux autres, c'est en trouver un compris entre les deux. **Encadrer** un nombre, c'est trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand.

Comparer deux nombres décimaux 1) On compare les parties entières : la plus grande l'emporte. 2) Si elles sont égales, on compare les chiffres des dixièmes, puis des centièmes... 3) Pour s'y retrouver, on peut ajouter des zéros à droite de la partie décimale (cela ne change pas la valeur) afin d'avoir le même nombre de chiffres.

Exemple Comparons 3,45 et 3,5. On écrit $3,5 = 3,50$. Les parties entières sont égales ; aux dixièmes, $4 < 5$. Donc **$3,45 < 3,5$** .

Piège classique 3,45 n'est pas plus grand que 3,5 sous prétexte que 45 est plus grand que 5 ! Compare toujours chiffre par chiffre, en partant de la gauche.

Sur une droite graduée, plus un nombre est à droite, plus il est grand. Ici, $A = 2,3$; $B = 2,75$ et $C = 3,1$:

(Voir la droite graduée sur la page en ligne.)

Sur cette droite, une unité est partagée en 10 : chaque petite graduation vaut un dixième. B se place entre 2,7 et 2,8, au milieu.

4. Arrondir un nombre décimal

Arrondi Arrondir un nombre, c'est donner le nombre le plus proche de lui qui a la précision demandée (à l'unité, au dixième, au centième...). On utilise le symbole $\approx$ (« est environ égal à »).

Règle de l'arrondi On regarde le chiffre qui suit celui où l'on s'arrête. S'il est 0, 1, 2, 3 ou 4, on garde le chiffre ; s'il est 5, 6, 7, 8 ou 9, on l'augmente de 1. On supprime ensuite tout ce qui est à droite.

Exemple avec 7,846 À l'unité : le chiffre suivant est 8, donc $7,846 \approx 8$. Au dixième : le chiffre suivant est 4, donc $\approx 7,8$. Au centième : le chiffre suivant est 6, donc $\approx 7,85$.

Valeur approchée Si on coupe simplement les chiffres, on obtient la valeur approchée

par défaut (troncature) ; si on augmente le dernier chiffre conservé, la valeur approchée **par excès**. Pour 8,372 au centième : par défaut 8,37 ; par excès 8,38.

5. Ordres de grandeur

Ordre de grandeur C'est un nombre simple, proche du nombre de départ, qui permet de prévoir rapidement le résultat d'un calcul.

Vérifier un résultat avec un ordre de grandeur Avant de calculer, on remplace chaque nombre par un nombre proche et facile. Après le calcul exact, on vérifie que le résultat est proche de la prévision.

Exemple : $19,8 \times 5,1 \approx 20 \times 5 = 100$. Si ta calculatrice affiche 1 009,8 ou 10,098, tu as fait une erreur de virgule.

6. Multiplier et diviser par 10, 100, 1 000 (et par 0,1, 0,01, 0,001)

Par 10, 100, 1 000 Multiplier par 10, 100 ou 1 000 revient à décaler la virgule de 1, 2 ou 3 rangs **vers la droite** ; diviser, de 1, 2 ou 3 rangs **vers la gauche**. On ajoute des zéros si nécessaire. Le nombre de rangs est le nombre de zéros de 10, 100 ou 1 000.

$3,47 \times 10 = \mathbf{34,7}$; $0,052 \times 100 = \mathbf{5,2}$; $8,6 \times 1\,000 = \mathbf{8\,600}$; $45,3 \div 10 = \mathbf{4,53}$; $7 \div 100 = \mathbf{0,07}$.

Par 0,1, 0,01, 0,001 Multiplier par 0,1 revient à prendre le dixième du nombre, donc à diviser par 10. De même, $\times 0,01 = \div 100$ et $\times 0,001 = \div 1\,000$. Exemples : $52 \times 0,1 = 5,2$; $480 \times 0,01 = 4,8$.

7. Calculer avec des nombres décimaux

Additionner ou soustraire On pose l'opération en **alignant les virgules** (chiffre des unités sous chiffre des unités...) et on complète avec des zéros pour que les deux nombres aient autant de décimales. Puis on calcule comme avec des entiers et on place la virgule dans le résultat, juste en dessous des autres.

$$\begin{array}{r} 45,70 \\ + 8,36 \\ \hline 54,06 \end{array}$$

Multiplier On multiplie sans tenir compte des virgules, puis on place la virgule : le résultat a autant de décimales que les deux facteurs réunis. $0,35 \times 4,2 : 35 \times 42 = 1\,470$; il y a $2 + 1 = 3$ décimales, donc $0,35 \times 4,2 = \mathbf{1,470} = \mathbf{1,47}$.

Diviser Dans la **division euclidienne** de 587 par 12, on cherche le quotient entier q et le reste r tels que $587 = 12 \times q + r$ avec $r < 12$: ici $q = 48$ et $r = 11$, car $12 \times 48 = 576$ et $587 - 576 = 11$. Pour obtenir un **quotient décimal**, on continue après la virgule : $7 \div 8 = 0,875$ ou $45,6 \div 4 = 11,4$.

8. Résoudre un problème

Les trois étapes 1) **Comprendre** : lire tout l'énoncé, repérer la question, les données utiles et leurs liens ; faire un schéma si cela aide. 2) **Chercher** : choisir les opérations utiles, essayer, recommencer si la piste échoue. 3) **Répondre** : poser les calculs avec les bonnes données, puis conclure par une **phrase réponse** avec l'unité.

Exemple Léa achète 3 cahiers à 2,35 € l'un et un stylo à 1,80 €. Elle paie avec un billet de 10 €. Combien lui rend-on ? — Prix des cahiers : $3 \times 2,35 = 7,05$ €. Total : $7,05 + 1,80 = 8,85$ €. Monnaie : $10 - 8,85 = 1,15$ €. **On lui rend 1,15 €.**

À retenir

- Un nombre décimal s'écrit avec une partie entière et une partie décimale ; 1 unité = 10 dixièmes = 100 centièmes = 1 000 millièmes.
- Pour comparer, on regarde les chiffres de gauche à droite ; on peut ajouter des zéros à droite de la partie décimale.
- Pour arrondir, on regarde le chiffre suivant : 0 à 4 on garde, 5 à 9 on augmente.
- $\times 10$, $\times 100$, $\times 1\,000$: virgule vers la droite ; $\div 10$, $\div 100$, $\div 1\,000$: virgule vers la gauche ; $\times 0,1$ revient à $\div 10$.
- Pour poser une addition ou une soustraction, on aligne les virgules ; pour une multiplication, on compte les décimales des facteurs.
- Un problème se résout en trois étapes : comprendre, chercher, répondre par une phrase avec l'unité.