

Nombres et calculs

Corrigé des exercices - 2de

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Plus petit ensemble ★★★

-7 est un entier négatif : $\mathbb{Z}$.

$\frac{3}{4} = 0,75$: $\mathbb{Q}$.

$\sqrt{9} = 3$: $\mathbb{N}$.

$\sqrt{10}$ n'est pas rationnel (10 n'est pas un carré parfait) : $\mathbb{R}$.

0,125 a trois décimales : $\mathbb{Q}$.

$\frac{1}{3} = 0,333\dots$ n'est pas décimal : $\mathbb{Q}$.

π est irrationnel : $\mathbb{R}$.

2 Vrai ou faux ? ★★★

a. Vrai : 0 est un entier naturel.

b. Faux : -4 est négatif.

c. Vrai : $\frac{5}{2} = 2,5$.

d. Vrai : un décimal est un quotient d'un entier par une puissance de 10, donc un rationnel.

e. Vrai : $\sqrt{16} = 4 = \frac{4}{1}$.

f. Faux : 7 est un facteur premier du dénominateur autre que 2 et 5 ; $\frac{2}{7} = 0,285714\dots$ ne s'arrête pas.

3 Calculer des puissances ★★★

$A = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$.

$B = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$.

$C = (-2)^4 = 16$ (exposant pair, résultat positif).

$D = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = 0,04$.

$E = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4} = 2,25$.

$F = \frac{1}{10^3} = 0,001$.

4 Simplifier des racines ★★★

$\sqrt{50} = \sqrt{(25 \times 2)} = 5\sqrt{2}$.

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}.$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}.$$

$$\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{36} = 6 \text{ (ou } 2 \times 3 \text{)}.$$

5 Critères de divisibilité ★★★

252 : dernier chiffre pair, donc par 2 ; somme des chiffres 9, donc par 3 et par 9 ; pas par 5.

495 : impair, donc pas par 2 ; somme 18 : par 3 et par 9 ; finit par 5 : par 5.

1 001 : impair ; somme 2 : ni par 3 ni par 9 ; ne finit pas par 0 ou 5. Aucun critère ne convient.

2 340 : par 2 et par 5 (finit par 0) ; somme 9 : par 3 et par 9.

6 Divisions euclidiennes ★★★

$$37 \times 33 = 1\,221 \text{ et } 1\,234 - 1\,221 = 13 < 37. \text{ Donc } 1\,234 = 37 \times 33 + 13.$$

$$24 \times 37 = 888 \text{ et } 905 - 888 = 17 < 24. \text{ Donc } 905 = 24 \times 37 + 17.$$

7 Premier ou pas ? ★★★

51 = 3 × 17 (somme des chiffres 6) ; 57 = 3 × 19 ; 91 = 7 × 13 ; 111 = 3 × 37. Ces quatre nombres ne sont pas premiers.

53 : non divisible par 2, 3, 5, 7 (7 × 7 = 49, 7 × 8 = 56) et 11² = 121 > 53 : il est premier. 97 : non divisible par 2, 3, 5, 7 (7 × 14 = 98), et 11² > 97 : il est premier.

8 Une seule puissance ★★★

$$A = [(3^{4-7}/3^2)] = [(3^{-3}/3^2)] = 3^{-5}.$$

$$B = 2^{-6} \times 2^5 = 2^{-1} = \mathbf{1/2}.$$

$$C = 5^{3-(-1)} = 5^4 = 625.$$

9 Notation scientifique ★★★

$$1. 45\,600\,000 = 4,56 \times 10^7 ; 0,000\,072 = 7,2 \times 10^{-5}.$$

$$2. P = 12 \times 10^{5-8} = 12 \times 10^{-3} = 1,2 \times 10^{-2}.$$

$$Q = \mathbf{6/1,5} \times 10^{7-(-2)} = 4 \times 10^9.$$

10 Sommes de racines ★★★

$$A : \sqrt{20} = 2\sqrt{5}, \sqrt{45} = 3\sqrt{5}, \sqrt{80} = 4\sqrt{5}. A = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5}.$$

$$B = (2\sqrt{3})^2 + 2 \times 2\sqrt{3} \times 1 + 1 = 12 + 4\sqrt{3} + 1 = 13 + 4\sqrt{3}.$$

$$C = (\sqrt{7})^2 - 2^2 = 7 - 4 = 3 \text{ (identité } (a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \text{)}.$$

11 Dénominateur sans racine ★★★

$$6/\sqrt{3} = 6\sqrt{3}/3 = 2\sqrt{3}.$$

$$5/\sqrt{6} = 5\sqrt{6}/6.$$

On multiplie par le conjugué $3 + \sqrt{5}$: $4/3 - \sqrt{5} = 4(3 + \sqrt{5})/(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) = 4(3 + \sqrt{5})/9 - 5 = 4(3 + \sqrt{5})/4 = 3 + \sqrt{5}.$

12 Calculs fractionnaires ★★★

$$A : 5/4 \times (-6/7) = -30/28 = -15/14. A = 2/3 - 15/14 = 28/42 - 45/42 = -17/42.$$

$$B : 3/5 - 1/2 = 6/10 - 5/10 = 1/10. B = 1/10 \times 10/7 = 1/7.$$

13 Décimaux périodiques ★★★

$$100x = 36,3636... ; 100x - x = 36 \text{ donc } 99x = 36 \text{ et } x = 36/99 = 4/11.$$

Pour y : $100y - y = 121,2121... - 1,2121... = 120$, donc $99y = 120$ et $y = 120/99 = 40/33$. (Contrôle : $40/33 = 1,2121...$)

14 Diviseurs de 84 ★★★

$$1. 84 = 2 \times 42 = 2 \times 2 \times 21 = 2^2 \times 3 \times 7.$$

$$2. 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84.$$

$$3. (2+1)(1+1)(1+1) = 12 \text{ diviseurs : la liste est complète.}$$

15 Fraction irréductible ★★★

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5. 1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7. 924 = 2^2 \times 3 \times 7 \times 11.$$

$$360/1260 = 2^3 \times 3^2 \times 5 / 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2/7 \text{ (on a divisé par } 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180 \text{)}.$$

16 Irrationalité de $\sqrt{3}$ ★★★

De $\sqrt{3} = p/q$ on tire $p^2 = 3q^2$. Donc 3 divise p^2 , donc 3 divise p : $p = 3k$. Alors $9k^2 = 3q^2$, soit $q^2 = 3k^2$, donc 3 divise q aussi. 3 divise p et q : la fraction n'est pas irréductible, contradiction. Donc $\sqrt{3}$ est irrationnel.

17 Trois entiers consécutifs ★★★

Soit $n(n+1)(n+2)$. Parmi trois entiers consécutifs, l'un est multiple de 3 (les restes dans la division par 3 sont tous différents). Parmi deux consécutifs, l'un est pair. Le produit est donc multiple de 2 et de 3. Comme 2 et 3 sont premiers entre eux, il est multiple de 6. Exemple : $4 \times 5 \times 6 = 120 = 6 \times 20$.

18 Carré d'un impair ★★★

Un impair s'écrit $2k + 1$. $(2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k + 1) + 1$. Or $k(k + 1)$ est pair (deux consécutifs), soit $k(k + 1) = 2m$. Donc $(2k + 1)^2 = 8m + 1$.
Vérification : $7^2 = 49 = 8 \times 6 + 1$.

19 Deux lignes de bus ★★★

- Il faut le PPCM de $12 = 2^2 \times 3$ et $18 = 2 \times 3^2$: $2^2 \times 3^2 = 36$. Elles repartent ensemble à 7 h 36.
- Départs communs tous les 36 min : 7 h 00, 7 h 36, 8 h 12, 8 h 48, 9 h 24, 10 h 00.
Soit 6 fois ($180 = 5 \times 36$, donc 5 intervalles et 6 départs).

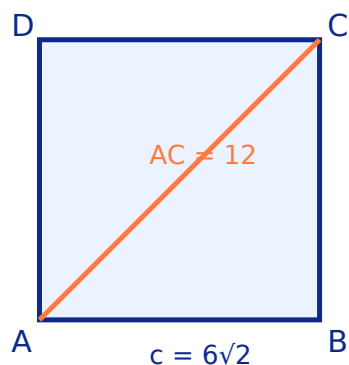
20 Le carrelage ★★★

En centimètres : $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ et $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$. PGCD = $2 \times 3 \times 5 = 30$. Le côté est 30 cm. Il y a $420/30 = 14$ carreaux dans la longueur et $330/30 = 11$ dans la largeur : $14 \times 11 = 154$ carreaux.
Phrase réponse : on pose 154 carreaux de 30 cm de côté.

21 Lumière du Soleil ★★★

$t = 1,5 \times 10^{11} / 3 \times 10^8 = 0,5 \times 10^3 = 5 \times 10^2 \text{ s} = 500 \text{ s}$. Or $500 = 8 \times 60 + 20$. La lumière met 8 min 20 s.

22 Carré et diagonale ★★★



1. $c^2 = 72$, donc $c = \sqrt{72} = \sqrt{(36 \times 2)} = 6\sqrt{2} \approx 8,49$ cm.
2. Dans le triangle ABC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = c^2 + c^2 = 72 + 72 = 144$, donc $AC = 12$ cm. On retrouve $AC = c\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 12$.

23 Nombre d'or ★★★

1. $x^2 = (1+\sqrt{5})^2/4 = 1+2\sqrt{5}+5/4 = 6+2\sqrt{5}/4 = 3+\sqrt{5}/2$. Et $x + 1 = 1+\sqrt{5}/2 + 2/2 = 3+\sqrt{5}/2$. Donc $x^2 = x + 1$.
2. $(3\sqrt{5})^2 = 9 \times 5 = 45$ et $(2\sqrt{11})^2 = 4 \times 11 = 44$. Ces deux nombres sont positifs et $45 > 44$, donc $3\sqrt{5} > 2\sqrt{11}$.