

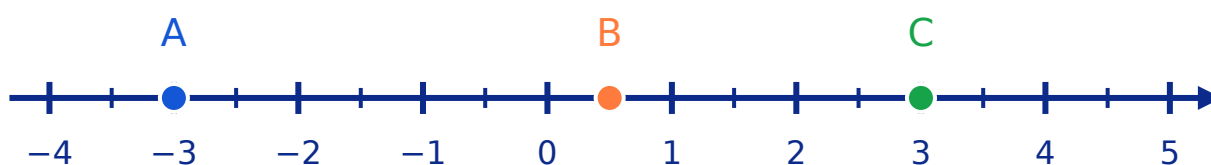
Nombres relatifs

Cours de maths - 4ème

Une température de -7°C , un compte en banque à découvert, un plongeur à -20 m : certains nombres ont besoin d'un **signe**. Dans ce chapitre, tu apprends à repérer, comparer et calculer avec les **nombres relatifs** : additions, soustractions, multiplications, divisions, et expressions mélangeant tout cela.

1. Rappels : se repérer sur une droite graduée

Une droite graduée possède une **origine** (le point O, le nombre 0), un **sens** (la flèche) et une **unité de longueur**. Chaque point est repéré par un nombre appelé son **abscisse**. À droite de l'origine, les abscisses sont positives ; à gauche, elles sont négatives.



A a pour abscisse -3 , B a pour abscisse $0,5$ (une demi-graduation) et C a pour abscisse 3 . On note $A(-3)$, $B(0,5)$, $C(3)$.

2. Nombres relatifs, signe et distance à zéro

Nombre relatif Un nombre relatif est un nombre positif ou négatif. Il s'écrit avec un **signe** (+ ou -) suivi d'une **partie numérique**. Le nombre 0 est à la fois positif et négatif : il n'a pas de signe.

Distance à zéro La partie numérique d'un nombre relatif s'appelle sa **distance à zéro** : c'est la distance entre le point qui le représente et l'origine de la droite graduée. Une distance n'est jamais négative.

Exemples Le nombre $-6,4$ est négatif et sa distance à zéro est $6,4$. Le nombre $+9$ (que l'on écrit aussi 9) est positif et sa distance à zéro est 9 .

Nombres opposés Deux nombres sont **opposés** lorsqu'ils ont la même distance à zéro et des signes contraires. Sur la droite graduée, leurs points sont symétriques par rapport à l'origine. L'opposé de 0 est 0.

Exemples L'opposé de $-2,5$ est $+2,5$; l'opposé de 17 est -17 . L'opposé de l'opposé

d'un nombre est ce nombre lui-même.

Piège Un nombre écrit sans signe est positif. Mais attention : un nombre « négatif » n'est pas un nombre « sans valeur » ! -50 est très loin de 0, sa distance à zéro est grande.

3. Comparer des nombres relatifs

Propriété • Un nombre négatif est toujours inférieur à un nombre positif.

- Deux nombres positifs sont rangés dans l'ordre de leurs distances à zéro.
- Deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre **inverse** de leurs distances à zéro : le plus petit est celui qui est le plus loin de 0.

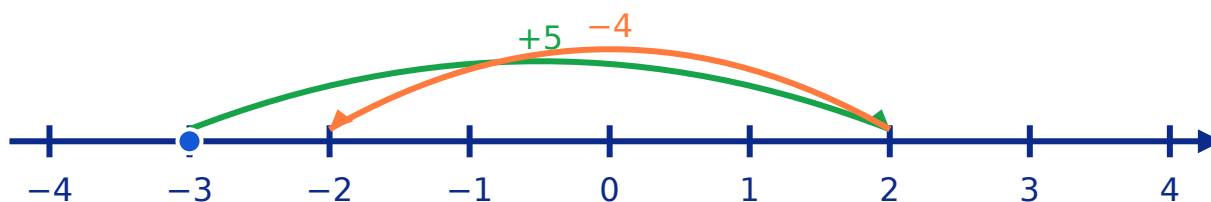
Exemples $-8 < 3$ (négatif contre positif). $2,5 < 7$ (deux positifs). $-8 < -3$, car $8 > 3$: le point d'abscisse -8 est plus à gauche que celui d'abscisse -3 .

Astuce Pense à la température : -15 °C est plus froid que -5 °C . Plus un nombre négatif est « grand » en apparence, plus il est petit en réalité !

Piège Pour comparer $-2,4$ et $-2,41$, on compare d'abord $2,4$ et $2,41$: $2,4 < 2,41$, donc, avec les signes inversés, **$-2,4 > -2,41$** .

4. Additionner deux nombres relatifs

Additionner un nombre positif, c'est **avancer** sur la droite graduée ; additionner un nombre négatif, c'est **reculer**.



Départ en -3 ; on avance de 5 (on arrive en 2), puis on recule de 4 (on arrive en -2). Donc $(-3) + (+5) + (-4) = -2$.

Règle de l'addition Même signe : on garde le signe commun et on additionne les distances à zéro.

Signes contraires : on garde le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro et on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande.

Exemples $(-7) + (-5) = -(7 + 5) = -12$.

$(-9) + (+4) = -(9 - 4) = -5$, car 9 est plus grand que 4 et -9 est négatif.

Fiche en ligne : maths-facile.eu/nombres-relatifs-cours-4eme/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur **maths-**

$$(+3) + (-10) = -(10 - 3) = -7.$$

Propriétés • La somme de deux nombres opposés est nulle : $(-6,5) + (+6,5) = 0$.

- Ajouter 0 ne change rien.
- On peut additionner dans n'importe quel ordre : $a + b = b + a$.

5. Soustraire un nombre relatif

Règle de la soustraction Soustraire un nombre relatif revient à **ajouter son opposé**. Pour tous nombres a et b : $a - b = a + (-b)$.

Exemples $(-2) - (-7) = (-2) + (+7) = +5$.

$$(+4) - (+9) = (+4) + (-9) = -5.$$

$$(-3,5) - (+1,5) = (-3,5) + (-1,5) = -5.$$

Pourquoi ça marche ? Mathbot, le robot-coach, t'explique : « Retirer une dette de 7 €, c'est comme recevoir 7 €. Donc soustraire -7 revient à ajouter $+7$! »

Piège Dans $(-2) - (-7)$, le premier signe « $-$ » est une soustraction et le second est le signe du nombre -7 . Ne les mélange pas.

6. Suites d'additions et de soustractions : simplifier l'écriture

Méthode 1) On transforme chaque soustraction en addition de l'opposé. 2) On efface les signes « $+$ » d'addition et les parenthèses : on n'écrit plus que les nombres avec leurs signes. 3) On calcule en regroupant, par exemple, tous les positifs d'un côté et tous les négatifs de l'autre.

Exemple $A = (+6) - (+11) + (-2) - (-9)$

$$A = (+6) + (-11) + (-2) + (+9)$$

$$A = 6 - 11 - 2 + 9$$

$$A = (6 + 9) - (11 + 2) = 15 - 13 = 2.$$

Attention au sens du signe Dans l'écriture simplifiée $6 - 11 - 2 + 9$, chaque signe « $-$ » est le signe du nombre qui le suit : on additionne les nombres -11 et -2 .

7. Multiplier deux nombres relatifs

Règle des signes pour le produit Pour multiplier deux nombres relatifs, on multiplie leurs distances à zéro et on détermine le signe :

- deux nombres de **même signe** ont un produit **positif** ;
- deux nombres de **signes contraires** ont un produit **négatif**.

Règle des signes	+	-
+	+	-
-	-	+

Pour un produit ou un quotient : deux signes identiques donnent +, deux signes différents donnent -.

Exemples $(-6) \times (-4) = +24$; $(+5) \times (-3) = -15$; $(-0,5) \times 8 = -4$; $0 \times (-12) = 0$.

Une justification $(+4) \times (-3)$ c'est trois fois de suite « -3 » ajouté quatre fois : $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$. Quant à $(-4) \times (-3)$, on sait que $(-4) \times 3 = -12$; en remplaçant 3 par son opposé -3, le résultat devient l'opposé de -12, soit +12.

Produit de plusieurs facteurs Un produit de plusieurs nombres relatifs non nuls est **positif** s'il y a un nombre **pair** de facteurs négatifs, et **négatif** s'il y en a un nombre **impair**. Si un facteur est nul, le produit est nul.

Exemple $P = (-2) \times 5 \times (-3) \times (-4)$: il y a 3 facteurs négatifs (impair) donc P est négatif. $P = -(2 \times 5 \times 3 \times 4) = -120$.

8. Diviser deux nombres relatifs

Règle de la division Pour diviser un nombre relatif par un nombre relatif non nul, on divise les distances à zéro et on applique la **même règle des signes** que pour le produit. On ne divise jamais par 0.

Exemples $(-48) \div (-6) = +8$; $35 \div (-5) = -7$; $(-9) \div 4 = -2,25$; $0 \div (-3) = 0$.

Vérifier un quotient Si $(-48) \div (-6) = 8$, alors on doit retrouver $(-6) \times 8 = -48$. Le signe est le bon quand cette multiplication marche.

9. Calculer une expression avec les quatre opérations

Priorités 1) On calcule d'abord ce qui est entre **parenthèses**. 2) Puis les **multiplications et divisions**, de gauche à droite. 3) Enfin les **additions et soustractions**, de gauche à droite. On écrit un calcul par ligne.

Exemple $B = 4 - 3 \times (-5) + (2 - 9) \times 2$
 $B = 4 - (-15) + (-7) \times 2$
 $B = 4 + 15 + (-14)$
 $B = 19 - 14 = 5$.

Piège Dans $4 - 3 \times (-5)$, on calcule le produit avant de soustraire. Écrire $(4 - 3) \times$

$(-5) = -5$ serait faux : il n'y a pas de parenthèses autour de $4 - 3$.

À retenir

- Un nombre relatif a un signe (+ ou -) et une distance à zéro ; deux nombres opposés ont la même distance à zéro et des signes contraires.
- Un négatif est inférieur à un positif ; entre deux négatifs, le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.
- Addition : même signe, on additionne les distances et on garde le signe ; signes contraires, on soustrait et on garde le signe de la plus grande distance.
- Soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé : $a - b = a + (-b)$.
- Produit et quotient : même signe, résultat positif ; signes contraires, résultat négatif. Pour un produit, tout dépend de la parité du nombre de facteurs négatifs.
- On respecte les priorités : parenthèses, puis $\times$ et $\div$, puis $+$ et $-$.