

Notion de fonction

Corrigé des exercices - 3ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Vocabulaire ★★★

- a. $f(4) = 9$: l'image de 4 par f est **9**.
- b. $f(0) = -2$: 0 est un antécédent de -2 par f . Réponse : **0**.
- c. « L'image de 0 par la fonction f est -2 . »

2 Programme de calcul ★★★

- a. On multiplie par 3 : $3x$; puis on soustrait 5 : $3x - 5$. Donc $f(x) = 3x - 5$, ou $f : x \mapsto 3x - 5$.
- b. $f(4) = 3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = \mathbf{7}$.
- $f(-2) = 3 \times (-2) - 5 = -6 - 5 = \mathbf{-11}$.
- $f(0) = 3 \times 0 - 5 = \mathbf{-5}$.

3 Traduire en égalités ★★★

- a. $g(3) = 8$.
- b. $h(12) = -1,5$.
- c. 7 est un antécédent de 20 : cela veut dire que l'image de 7 est 20, donc $p(7) = 20$.
- d. $k(x) = 2x + 9$, ou $k : x \mapsto 2x + 9$.

4 Images avec une formule ★★★

- $f(3) = 3^2 + 1 = 9 + 1 = \mathbf{10}$.
- $f(-3) = (-3)^2 + 1 = 9 + 1 = \mathbf{10}$ (le carré d'un nombre négatif est positif).

$$f(0) = 0 + 1 = \mathbf{1}.$$

$$f(5) = 25 + 1 = \mathbf{26}.$$

On remarque que 3 et -3 ont la même image : 10 a donc (au moins) deux antécédents.

5 Lire un tableau ★★★

- a. On lit la seconde ligne sous 1 puis sous -1 : $g(1) = \mathbf{4}$ et $g(-1) = \mathbf{4}$.
- b. On cherche 7 sur la seconde ligne : il apparaît sous -2 et sous 2. Les antécédents de 7 sont $\mathbf{-2}$ et $\mathbf{2}$.
- c. 3 apparaît une seule fois, sous 0. Son antécédent est $\mathbf{0}$ (d'après le tableau).
- d. Non : 4 ne figure pas dans la première ligne du tableau, on ne peut pas lire son image.

6 Vrai ou faux ? ★★★

- a. **Faux.** Par définition, une fonction associe à chaque nombre un *unique* nombre : l'image est unique.
- b. **Vrai.** Par exemple avec $f(x) = x^2$, les nombres 3 et -3 ont la même image 9, donc 9 a deux antécédents.
- c. **Faux.** $f(2) = 5$ signifie que 5 est l'image de 2, mais cela ne dit rien sur l'image de 5. Pour $f(x) = x + 3$, on a $f(2) = 5$ mais $f(5) = 8$.

7 Prix des croissants ★★★

- a. Chaque croissant coûte 1,20 € : $p(x) = 1,2x$.
- b. $p(5) = 1,2 \times 5 = 6$. Cinq croissants coûtent $\mathbf{6}$ €.
- c. On résout $1,2x = 9,6$, donc $x = 9,6 \div 1,2 = 8$. Vérification : $1,2 \times 8 = 9,6$. L'antécédent de 9,60 est $\mathbf{8}$: avec 9,60 €, on achète 8 croissants.

8 Images avec parenthèses ★★★

$$h(0) = 0 - 0 + 1 = \mathbf{1}.$$

$$h(2) = 2 \times 4 - 3 \times 2 + 1 = 8 - 6 + 1 = \mathbf{3}.$$

$$h(-1) = 2 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + 1 = 2 + 3 + 1 = \mathbf{6}.$$

$$h(0,5) = 2 \times 0,25 - 3 \times 0,5 + 1 = 0,5 - 1,5 + 1 = \mathbf{0}.$$

Ainsi 0,5 est un antécédent de 0 par h .

9 Antécédents par le calcul ★★★

Antécédent de 9 : $4x - 7 = 9$; $4x = 16$; $x = 4$. Vérification : $f(4) = 16 - 7 = 9$.

Antécédent de -7 : $4x - 7 = -7$; $4x = 0$; $x = 0$. Vérification : $f(0) = -7$.

Antécédent de 0 : $4x - 7 = 0$; $4x = 7$; $x = 7 \div 4 = 1,75$. Vérification : $4 \times 1,75 - 7 = 0$.

10 Antécédents d'un carré ★★★

On cherche les nombres dont le carré vaut 49 : $7^2 = 49$ et $(-7)^2 = 49$. Les antécédents de 49 sont **7 et -7**.

Le seul nombre de carré 0 est 0. L'antécédent de 0 est **0**.

Un carré n'est jamais négatif : aucun nombre n'a pour carré -4. Le nombre -4 n'a **aucun antécédent** par g .

11 Compléter un tableau ★★★

$f(-2) = -2 \times (-2) + 5 = 4 + 5 = 9$; $f(-1) = 2 + 5 = 7$; $f(0) = 5$; $f(1) = -2 + 5 = 3$; $f(2) = -4 + 5 = 1$; $f(3) = -6 + 5 = -1$.

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	9	7	5	3	1	-1

L'antécédent de 1 se lit sur la seconde ligne : c'est **2**. Vérification par le calcul : $-2x + 5 = 1$ donne $-2x = -4$, donc $x = 2$.

12 Carré : aire et périmètre ★★★

a. $A(x) = x^2$ (en cm^2) et $P(x) = 4x$ (en cm).

b.

x (cm)	1	2	3	4	5
$A(x)$ (cm^2)	1	4	9	16	25

$P(x)$ (cm)	4	8	12	16	20
-------------	---	---	----	----	----

c. Les deux lignes sont égales pour $x = 4$: $A(4) = 16$ et $P(4) = 16$. Attention : les unités sont différentes (cm^2 et cm), on compare seulement les nombres.

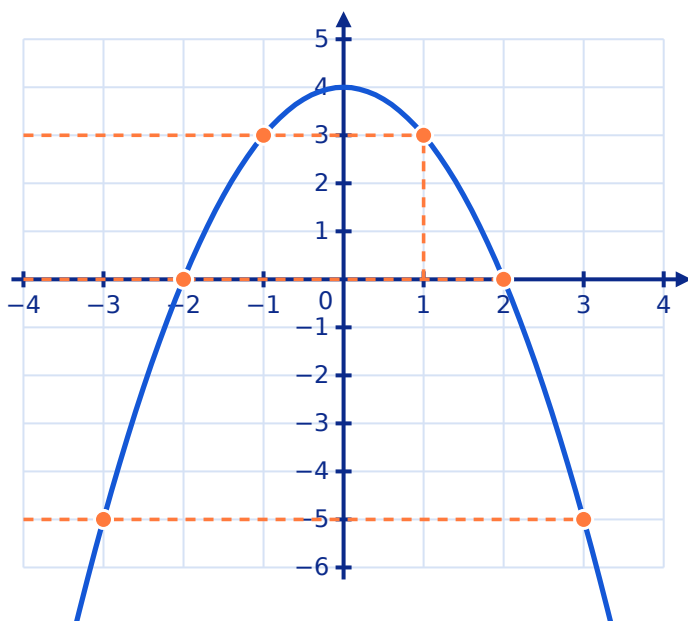
13 Degrés Celsius et Fahrenheit ★★★

a. $F(0) = 32$; $F(100) = 180 + 32 = 212$; $F(25) = 45 + 32 = 77$. Donc $0^\circ\text{C} = 32^\circ\text{F}$, $100^\circ\text{C} = 212^\circ\text{F}$, $25^\circ\text{C} = 77^\circ\text{F}$.

b. On résout $1,8c + 32 = 50$: $1,8c = 18$; $c = 18 \div 1,8 = 10$. Donc 50°F correspond à **10°C** .

c. $F(-40) = 1,8 \times (-40) + 32 = -72 + 32 = -40$. L'image de -40 est -40 : -40°C et -40°F sont la même température.

14 Lecture sur une courbe ★★★



a. On part de 1 sur l'axe horizontal, on monte jusqu'à la courbe : $f(1) = 3$. Et $f(0) = 4$.

b. La courbe coupe l'axe horizontal en -2 et en 2 : antécédents de 0 : **-2 et 2** .

c. L'horizontale de hauteur 3 coupe la courbe en -1 et en 1 : antécédents de 3 : **-1 et 1** .

d. Pour -5 : **-3 et 3** . Pour 5 : l'horizontale de hauteur 5 ne coupe jamais la courbe (le point le plus haut est à 4), donc 5 n'a **aucun antécédent**. On remarque que la courbe est symétrique par rapport à l'axe vertical : deux nombres opposés ont la même image.

15 Les photocopies ★★★

a. $c(x) = 0,15x$.

b. $c(10) = 1,5$; $c(30) = 4,5$; $c(100) = 15$. Ces prix sont en euros.

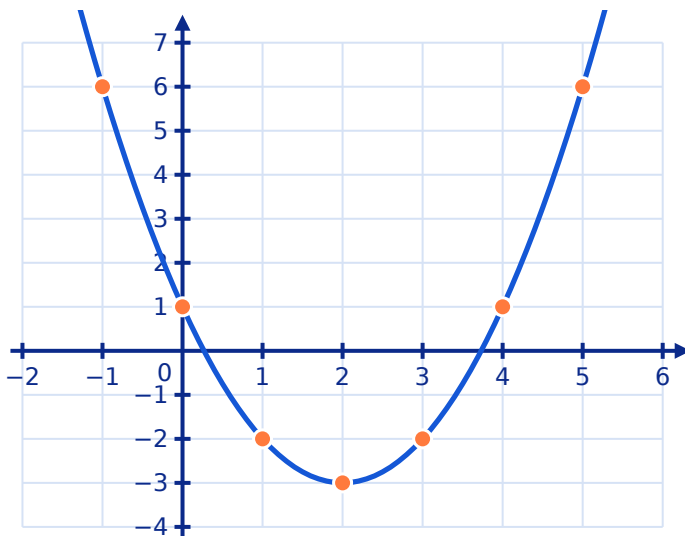
c. On cherche l'antécédent de 24 : $0,15x = 24$, donc $x = 24 \div 0,15 = 160$. Vérification : $0,15 \times 160 = 24$. Avec 24 €, on peut faire **160 copies**.

16 Tracer une courbe point par point ★★★

a. Par exemple : $f(-1) = 1 + 4 + 1 = 6$; $f(0) = 1$; $f(1) = 1 - 4 + 1 = -2$; $f(2) = 4 - 8 + 1 = -3$; $f(3) = 9 - 12 + 1 = -2$; $f(4) = 16 - 16 + 1 = 1$; $f(5) = 25 - 20 + 1 = 6$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	6	1	-2	-3	-2	1	6

b. On place les sept points puis on les relie par une courbe régulière :



c. L'horizontale de hauteur 1 coupe la courbe aux points d'abscisses 0 et 4. Les antécédents de 1 sont **0 et 4**. Vérification : $f(0) = 1$ et $f(4) = 1$.

17 Le rectangle de périmètre 20 m ★★★

a. Le demi-périmètre vaut 10 m : longueur = $10 - x$. Aire : $A(x) = x(10 - x)$ en m^2 .

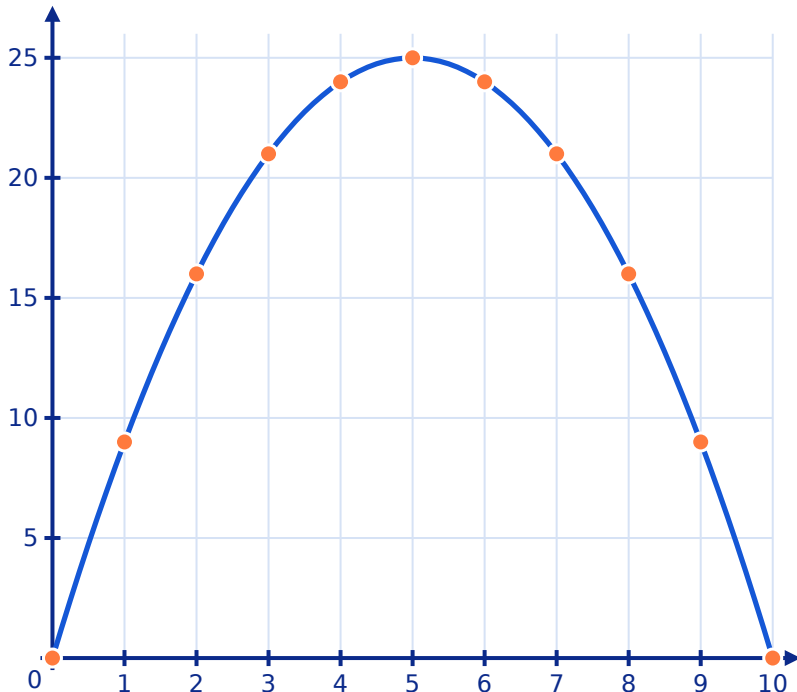
b.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A(x)	0	9	16	21	24	25	24	21	16	9	0

Exemple : $A(3) = 3 \times 7 = 21$; $A(8) = 8 \times 2 = 16$.

c. On cherche 16 sur la seconde ligne : 2 et 8. Les largeurs sont **2 m et 8 m** (un rectangle 2 m $\times$ 8 m, ou 8 m $\times$ 2 m : c'est le même enclos).

d. La plus grande valeur du tableau est 25, pour $x = 5$. L'aire maximale semble être **25 m²** pour une largeur de 5 m ; la longueur vaut alors $10 - 5 = 5$ m : c'est un **carré**.



18 Deux formules de piscine ★★★

a. $f(10) = 5 + 8 = 13$ € et $g(10) = 15$ €.

b. Tarif A : $0,5x + 8 = 20$; $0,5x = 12$; $x = 24$ entrées. Tarif B : $1,5x = 20$; $x = 20 \div 1,5 \approx 13,3$; on ne peut pas payer une fraction d'entrée : 13 entrées ($13 \times 1,5 = 19,50$ €).

c. Les tarifs sont égaux quand $f(x) = g(x)$: $0,5x + 8 = 1,5x$; $8 = x$. Pour **8 entrées** : $f(8) = 4 + 8 = 12$ et $g(8) = 12$.

d. Pour 9 entrées : $f(9) = 12,5$ € et $g(9) = 13,5$ € : le tarif A est moins cher. Il est donc le plus avantageux **à partir de 9 entrées**.

19 Deux programmes qui se rejoignent ★★★

a. $f(x) = 5x - 2$ et $g(x) = x + 10$.

b. $f(1) = 3$; $g(1) = 11$; $f(5) = 23$; $g(5) = 15$.

c. On résout $5x - 2 = x + 10$: $5x - x = 10 + 2$; $4x = 12$; $x = 3$. Vérification : $f(3) = 15 - 2 = 13$ et $g(3) = 13$. Le nombre est **3** et le résultat commun est **13**.

20 Une forme factorisée ★★★

a. $f(0) = (-2) \times 5 = -10$; $f(1) = (-1) \times 6 = -6$; $f(3) = 1 \times 8 = 8$; $f(-5) = (-7) \times 0 = 0$.

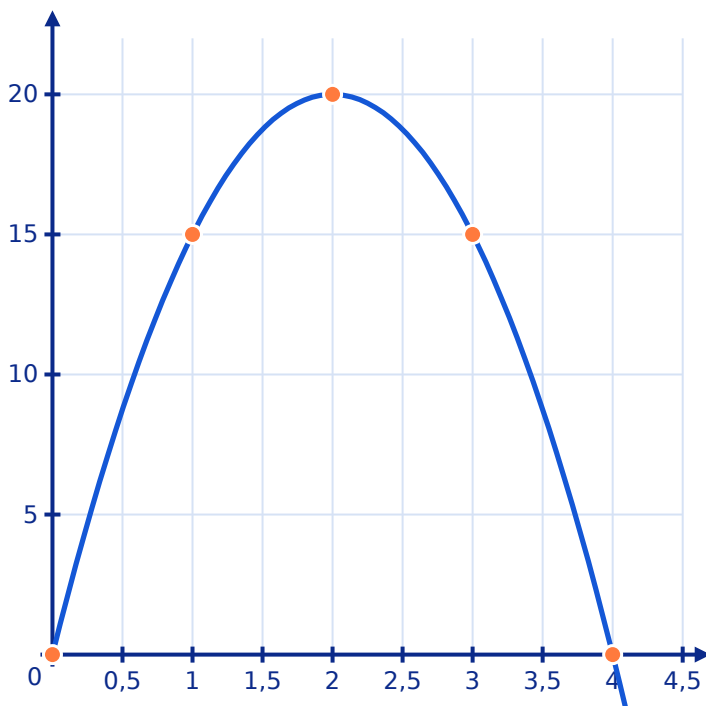
b. Un produit est nul si l'un de ses facteurs l'est : $x - 2 = 0$ donne $x = 2$; $x + 5 = 0$ donne $x = -5$. Antécédents de 0 : **2 et -5**.

c. $f(-3) = (-5) \times 2 = -10$: donc -3 est un antécédent de -10. On a aussi $f(0) = -10$ d'après a. : un autre antécédent de -10 est **0**.

21 Le ballon lancé ★★★

a. $h(0) = 0$; $h(1) = -5 + 20 = 15$; $h(2) = -20 + 40 = 20$; $h(3) = -45 + 60 = 15$; $h(4) = -80 + 80 = 0$; $h(0,5) = -5 \times 0,25 + 10 = 8,75$.

b.



c. La hauteur 15 m est atteinte à **t = 1 s** (le ballon monte) et à **t = 3 s** (il redescend). La hauteur maximale semble être **20 m**, atteinte à **t = 2 s**.

d. $h(5) = -125 + 100 = -25$. Une hauteur négative voudrait dire que le ballon est sous le sol : le ballon est retombé à $t = 4$ s, la formule n'est plus valable après.

22 Courbe des températures ★★★

a. $T(12) = 14$ °C et $T(21) = 11$ °C.

b. 17 °C est atteint à **15 h** ; 5 °C est atteint à **6 h**.

c. Le point le plus bas de la courbe a pour ordonnée 5 : la température la plus basse est **5 °C**, relevée à **6 h**.

d. À 6 h : 5 °C ; à 15 h : 17 °C. L'augmentation est $17 - 5 = \mathbf{12\text{ °C}}$.

23 Repérer la bonne représentation ★★★

a. La **formule** : $c(x) = 0,15x$ donne directement $c(137) = 20,55\text{ €}$ (exact), alors qu'un tableau ne contient pas forcément 137 et que la lecture sur un graphique serait approximative.

b. La **courbe** : le sommet de la courbe se repère d'un coup d'œil, ce qu'un tableau fait moins bien.

c. Le **tableau de valeurs** : trois valeurs précises à présenter, c'est rapide et lisible.