

Parallélogrammes

Corrigé des exercices - 5ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Vocabulaire ★★★

- a. Le côté opposé à $[AB]$ est $[DC]$.
- b. L'angle opposé à $\angle ABC$ est $\angle CDA$.
- c. Le sommet opposé à C est A .
- d. Les diagonales sont $[AC]$ et $[BD]$.

2 Longueurs et périmètre ★★★

MNPQ est un parallélogramme, donc ses côtés opposés ont la même longueur.

- a. $PQ = MN = 7,5 \text{ cm}$ et $QM = NP = 4 \text{ cm}$.
- b. $P = 2 \times (7,5 + 4) = 2 \times 11,5 = \mathbf{23 \text{ cm}}$.

3 Angles d'un parallélogramme ★★★

- $\angle ABC$ et $\angle DAB$ sont deux angles consécutifs : ils sont supplémentaires. $\angle ABC = 180^\circ - 72^\circ = \mathbf{108^\circ}$.
- $\angle BCD$ est opposé à $\angle DAB$: $\angle BCD = \mathbf{72^\circ}$.
- $\angle CDA$ est opposé à $\angle ABC$: $\angle CDA = \mathbf{108^\circ}$.

Vérification : $72^\circ + 108^\circ + 72^\circ + 108^\circ = 360^\circ$.

4 Les diagonales ★★★

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu O .

O est le milieu de $[EG]$: $EO = OG = 9 \div 2 = \mathbf{4,5 \text{ cm}}$.

O est le milieu de $[FH]$: $FO = OH = 6,4 \div 2 = \mathbf{3,2 \text{ cm}}$.

5 Vrai ou faux ? ★★★

- a. **Vrai.** Ses côtés opposés sont parallèles deux à deux, comme pour tout losange.
- b. **Faux.** Un parallélogramme quelconque a des angles qui ne mesurent pas 90° (par exemple 70° et 110°).
- c. **Vrai.** Un carré a quatre angles droits, c'est donc un rectangle particulier.
- d. **Faux.** Il faut deux paires de côtés opposés égaux. Un trapèze isocèle a deux côtés opposés égaux sans être un parallélogramme.

6 Quel quadrilatère ? ★★★

- a. Un **losange** (quatre côtés égaux).
- b. Un **rectangle**.
- c. Ses diagonales ont le même milieu : c'est un parallélogramme ; elles sont perpendiculaires : c'est un **losange**.
- d. Ses diagonales ont le même milieu : c'est un parallélogramme ; elles sont de même longueur : c'est un **rectangle**.

7 Premiers calculs d'aire ★★★

On utilise $A = \text{base} \times \text{hauteur}$.

- a. $8 \times 3,5 = \mathbf{28 \text{ cm}^2}$.
- b. $12 \times 5 = \mathbf{60 \text{ m}^2}$.
- c. $6 \times 2,5 = \mathbf{15 \text{ dm}^2}$.

8 Reconnaître ou non ★★★

- a. I est le milieu de [MP] et de [NQ] : les diagonales se coupent en leur milieu, donc MNPQ est un **parallélogramme**.
- b. Si RSTU était un parallélogramme, ses côtés opposés ST et RU auraient la même longueur. Or $ST = 3 \text{ cm}$ et $RU = 4 \text{ cm}$. Donc RSTU **n'est pas** un parallélogramme.
- c. EFGH a deux côtés opposés parallèles et de même longueur : c'est un **parallélogramme**.

9 Angles consécutifs ★★★

- $\angle BCD$ est consécutif à $\angle ABC$: $\angle BCD = 180^\circ - 118^\circ = \mathbf{62^\circ}$.
- $\angle DAB$ est consécutif à $\angle ABC$: $\angle DAB = 180^\circ - 118^\circ = \mathbf{62^\circ}$.
- $\angle CDA$ est opposé à $\angle ABC$: $\angle CDA = \mathbf{118^\circ}$.

Vérification : $118^\circ + 62^\circ + 118^\circ + 62^\circ = 360^\circ$.

10 Un parallélogramme de 38 cm ★★★

Le périmètre est $2 \times (a + b) = 38$, donc $a + b = 19$ cm.

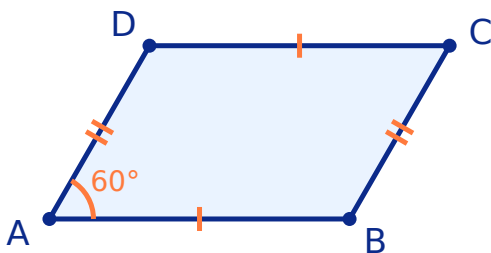
Si le petit côté vaut x , le grand vaut $x + 3$: $x + (x + 3) = 19$, donc $2x = 16$ et $x = 8$.

Le petit côté mesure **8 cm** et le grand **11 cm**. Vérification : $2 \times (8 + 11) = 38$ cm.

11 Construire au compas ★★★

1. Trace $[AB]$ de 6 cm. 2. Avec le rapporteur, trace en A un angle de 60° et reporte $AD = 4$ cm. 3. Pointe le compas en B avec l'écartement 4 cm (AD), puis en D avec l'écartement 6 cm (AB) : les deux arcs se coupent en C. 4. Relie BC et DC.

Les côtés opposés ont la même longueur deux à deux ($DC = AB = 6$ cm et $BC = AD = 4$ cm) : ABCD est un parallélogramme.



12 Avec les diagonales ★★★

On trace $[AC]$, on place O à 4,5 cm de A, puis on trace une droite quelconque passant par O (différente de (AC)) et on place B et D à 3 cm de O de part et d'autre.

Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu O. Or un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme. Donc ABCD est un **parallélogramme**.

Si on choisit les diagonales perpendiculaires, ABCD est un losange ; si on choisit $[BD]$ de 9 cm, ABCD est un rectangle.

13 Le symétrique d'un sommet ★★★

D est le symétrique de A par rapport à I : I est le milieu de $[AD]$. I est aussi le milieu de $[BC]$ (donnée).

Les diagonales $[AD]$ et $[BC]$ du quadrilatère ABDC ont donc le même milieu I. Or un

quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Donc ABDC est un **parallélogramme**.

14 Aire, périmètre et deuxième hauteur ★★★

- a. $\square = 9 \times 4 = \mathbf{36 \text{ cm}^2}$.
- b. $P = 2 \times (9 + 5) = \mathbf{28 \text{ cm}}$.
- c. L'aire est la même avec l'autre base : $5 \times h = 36$, donc $h = 36 \div 5 = \mathbf{7,2 \text{ cm}}$.

15 Tableau à compléter ★★★

- a. $\square = 12 \times 7 = \mathbf{84 \text{ cm}^2}$.
- b. $h = 10 \div 2,5 = \mathbf{4 \text{ m}}$.
- c. $c = 51 \div 6 = \mathbf{8,5 \text{ cm}}$.
- d. On convertit : $0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$, donc $\square = 40 \times 30 = 1\,200 \text{ cm}^2$, soit **0,12 m²** ($1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$).

16 Parallélogramme particulier ? ★★★

- a. Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur est un **rectangle**.
- b. Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs égaux est un **losange**.
- c. Il est à la fois rectangle (diagonales égales) et losange (côtés consécutifs égaux) : c'est un **carré**.
- d. Il a un angle droit : c'est un rectangle. Ses diagonales sont perpendiculaires : c'est un losange. Il est donc un **carré**.

17 Les angles d'un losange ★★★

- a. Un losange a quatre côtés égaux : $P = 4 \times 5 = \mathbf{20 \text{ cm}}$.
- b. $\angle ABC$ est consécutif à $\angle DAB$: $\angle ABC = 180^\circ - 50^\circ = \mathbf{130^\circ}$.
- c. Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires, donc $\angle AOB = 90^\circ$. Les diagonales d'un losange coupent ses angles en deux : $\angle OAB = 50^\circ \div 2 = \mathbf{25^\circ}$ et $\angle OBA = 130^\circ \div 2 = \mathbf{65^\circ}$. Vérification dans le triangle AOB : $25^\circ + 65^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

18 Les angles d'un rectangle ★★★

- a. Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur et se coupent en leur milieu : $BD = AC = 13 \text{ cm}$, donc $OB = 13 \div 2 = \mathbf{6,5 \text{ cm}}$.
- b. $OA = OB = 6,5 \text{ cm}$: le triangle OAB est **isocèle en O**. Ses angles à la base sont égaux : $\angle OBA = \angle OAB = \mathbf{35^\circ}$.
- c. La somme des angles d'un triangle est 180° : $\angle AOB = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = \mathbf{110^\circ}$.

19 Un jardin en parallélogramme ★★★

- a. $\square = 24 \times 15 = \mathbf{360 \text{ m}^2}$.
- b. $360 \div 40 = 9$: il faut **9 sachets**.
- c. $9 \times 12,50 = 112,50$: Lola paiera **112,50 €**.

20 Aire du losange ★★★

- a. Un losange est un parallélogramme : ses diagonales se coupent en leur milieu O, donc $OA = OC = 5 \text{ cm}$ et $OB = OD = 3 \text{ cm}$. Elles sont perpendiculaires : les quatre triangles AOB, BOC, COD et DOA sont rectangles en O, avec des côtés de l'angle droit de 5 cm et 3 cm. Ils sont identiques.
- b. Aire d'un triangle rectangle : $(5 \times 3) \div 2 = 7,5 \text{ cm}^2$. Aire du losange : $4 \times 7,5 = \mathbf{30 \text{ cm}^2}$.

On retrouve la formule $(10 \times 6) \div 2 = 30 \text{ cm}^2$.

21 Trouver l'erreur ★★★

- a. Karim a multiplié deux côtés consécutifs. Or l'aire se calcule avec un côté et la hauteur **perpendiculaire** à ce côté. Comme l'autre côté est oblique, il est plus long que la hauteur.
- b. $\square = 10 \times 4,8 = \mathbf{48 \text{ cm}^2}$.
- c. $6 \times h = 48$, donc $h = 48 \div 6 = \mathbf{8 \text{ cm}}$.

22 Un cercle et deux diamètres ★★★

[AC] et [BD] sont des diamètres : O est leur milieu à tous les deux, donc ABCD est un parallélogramme. Les diamètres ont la même longueur (6 cm) : c'est un rectangle. Ils sont perpendiculaires : c'est un losange. Donc ABCD est un **carré**.

Son aire se calcule par la formule du losange : $(6 \times 6) \div 2 = \mathbf{18 \text{ cm}^2}$.

23 Un nouveau parallélogramme dans la figure ★★★

Ce que je sais : ABCD est un parallélogramme, donc $(AB) \parallel (DC)$. E est sur (AB) et F est sur (DC) : donc $(AE) \parallel (CF)$. De plus $AE = CF$ par hypothèse.

Ce que j'utilise : un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.

Conclusion : dans le quadrilatère AECF, les côtés opposés [AE] et [CF] sont parallèles et de même longueur. Donc AECF est un **parallélogramme**.