

Parallélogrammes et translations

Corrigé des exercices - 4ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Vrai ou faux ? ★★★

- Vrai** : ses côtés opposés sont parallèles.
- Faux** : un trapèze a deux côtés parallèles et n'est pas un parallélogramme. Il faut que les deux paires de côtés opposés soient parallèles.
- Faux** : c'est vrai pour un rectangle seulement. Dans un parallélogramme quelconque, les diagonales ont des longueurs différentes.
- Vrai** : c'est une propriété du losange.
- Vrai** : un carré a quatre côtés égaux, c'est donc un losange (et aussi un rectangle).

2 Longueurs et angles ★★★

Dans un parallélogramme, les côtés opposés ont la même longueur : **CD = AB = 7 cm** et **AD = BC = 4 cm**.

Les angles opposés sont égaux : angle BCD = angle DAB = **65°**.

Deux angles consécutifs sont supplémentaires : angle ABC = $180^\circ - 65^\circ = \mathbf{115^\circ}$, et angle ADC = angle ABC = **115°** (angles opposés).

Vérification : $65^\circ + 115^\circ + 65^\circ + 115^\circ = 360^\circ$.

3 Diagonales qui se coupent ★★★

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu O.

[EG] a pour milieu O : $OE = OG = 10 \div 2 = \mathbf{5\text{ cm}}$.

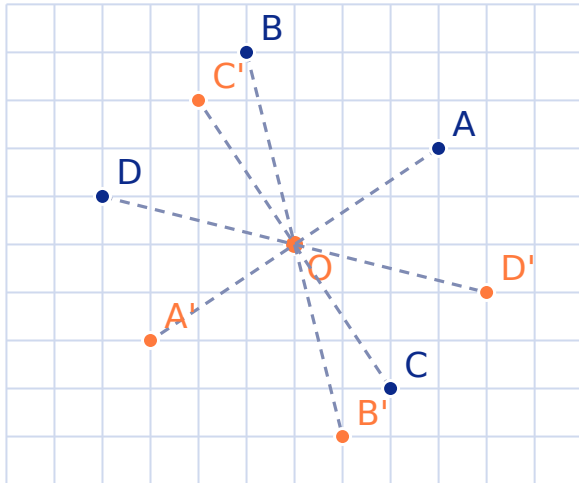
[FH] a pour milieu O : $OF = OH = 6 \div 2 = \mathbf{3\text{ cm}}$.

4 Symétriques sur un quadrillage ★★★

On utilise le fait que O est le milieu de [AA'] : on fait le même déplacement depuis O,

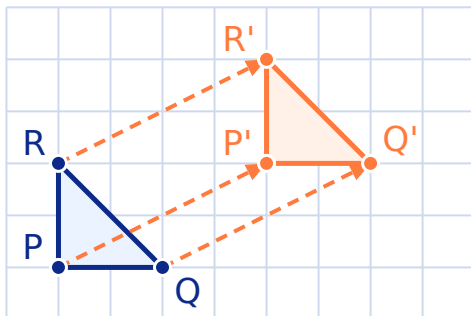
mais dans le sens opposé.

- A est à 3 carreaux à droite et 2 vers le haut de O ; A' est donc à 3 carreaux à gauche et 2 vers le bas de O.
- B est à 1 carreau à gauche et 4 vers le haut de O ; B' est à 1 carreau à droite et 4 vers le bas.
- C est à 2 carreaux à droite et 3 vers le bas ; C' est à 2 carreaux à gauche et 3 vers le haut.
- D est à 4 carreaux à gauche et 1 vers le haut ; D' est à 4 carreaux à droite et 1 vers le bas.



5 Décrire une translation ★★★

- Pour aller de P à P', on avance de **4 carreaux vers la droite** et de **2 carreaux vers le haut**. C'est le même déplacement pour Q vers Q' et R vers R'.
- L'image de R est **R'**. Le point dont l'image est Q' est **Q**.
- [PP'] et [RR'] ont la **même longueur**, sont **parallèles** et orientés dans le même sens : ils représentent le même trajet.



6 Quatre points, un parallélogramme ★★★

- La translation envoie A sur B et C sur D : le trajet de A à B est le même que celui de C à D. Donc **ABDC est un parallélogramme** (A→B et C→D sont des côtés opposés).

- b. Les côtés opposés ont la même longueur : **$CD = AB = 6 \text{ cm}$** .
- c. $(AB) \parallel (CD)$ et, dans le parallélogramme ABDC, les autres côtés opposés sont aussi égaux : **$AC = BD$** .

7 Quel est le nom le plus précis ? ★★★

- a. Quatre angles droits : c'est un rectangle ; comme $5 \neq 3$, ce n'est pas un carré.
Rectangle.
- b. Quatre côtés égaux : **losange** (les angles ne sont pas connus, donc on ne peut pas dire carré).
- c. Diagonales de même milieu : **parallélogramme**.
- d. Parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur : **rectangle**.
- e. Parallélogramme dont les diagonales sont à la fois égales et perpendiculaires : c'est un rectangle et un losange, donc un **carré**.

8 Parallélogramme sur quadrillage ★★★

- a. De A à B : 5 carreaux vers la droite et 1 vers le haut. De D à C : 5 carreaux vers la droite et 1 vers le haut.
- b. De A à D : 2 carreaux vers la droite et 3 vers le haut. De B à C : 2 carreaux vers la droite et 3 vers le haut.
- c. Les côtés [AB] et [DC] ont le même déplacement : ils sont **parallèles et de même longueur**. Un quadrilatère non croisé qui a deux côtés opposés parallèles et de même longueur est un parallélogramme. **ABCD est un parallélogramme.** (On aurait pu aussi utiliser [AD] et [BC].)

9 Milieux des côtés opposés ★★★

Données : ABCD est un parallélogramme, donc $AB = DC$, $(AB) \parallel (DC)$, et le sens de A vers B est le même que celui de D vers C. E est le milieu de [AB] et F celui de [CD].

E est sur [AB] : $AE = AB \div 2$. F est sur [CD] : $FC = DC \div 2$. Comme $AB = DC$, on a **$AE = FC$** .

Les points E et F sont sur les droites (AB) et (DC), qui sont parallèles : **$(AE) \parallel (FC)$** . De plus, $A \rightarrow E$ et $F \rightarrow C$ vont dans le même sens que $A \rightarrow B$ et $D \rightarrow C$.

Le quadrilatère AECF a deux côtés opposés [AE] et [FC] parallèles et de même longueur : **AECF est un parallélogramme.**

10 Calculs d'angles ★★★

- a. Deux angles consécutifs sont supplémentaires : angle BAD = $180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$.
Les angles opposés sont égaux : angle BCD = angle BAD = **62°** et angle ADC =

angle $ABC = 118^\circ$.

- b. Les droites (AB) et (DC) sont parallèles et la droite (BD) est sécante : les angles alternes-internes ABD et CDB sont égaux. Donc angle $CDB = 40^\circ$. Ensuite, angle $DBC = \text{angle } ABC - \text{angle } ABD = 118^\circ - 40^\circ = 78^\circ$.

Contrôle dans le triangle BCD : $62^\circ + 40^\circ + 78^\circ = 180^\circ$. ✓

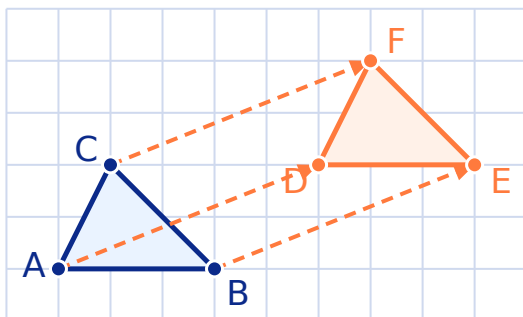
11 Périmètres ★★★

- a. Les côtés opposés sont égaux : le périmètre vaut $2 \times (a + b)$. Donc $a + b = 34 \div 2 = 17$ cm. L'autre côté mesure $17 - 9,5 = 7,5$ cm. Vérification : $2 \times (9,5 + 7,5) = 2 \times 17 = 34$. ✓

- b. Un losange a quatre côtés égaux : $26 \div 4 = 6,5$ cm.

12 Image d'un triangle ★★★

- a. De A à D : 5 carreaux vers la droite et 2 vers le haut. On applique ce déplacement à B et à C : **E (9 ; 3)** et **F (7 ; 5)**. On relie D , E et F .
- b. La translation envoie A sur D et B sur E : $ABED$ est donc un **parallélogramme** ($A \rightarrow D$ et $B \rightarrow E$ sont les mêmes trajets). On vérifie : $AB = DE = 3$ carreaux, et les deux côtés sont horizontaux, donc parallèles.



13 Un losange à partir de ses diagonales ★★★

Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu O et sont perpendiculaires. Le triangle rectangle formé a pour côtés de l'angle droit $12 \div 2 = 6$ cm et $16 \div 2 = 8$ cm.

Pythagore : $\text{côté}^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, donc le côté mesure $\sqrt{100} = 10$ cm.

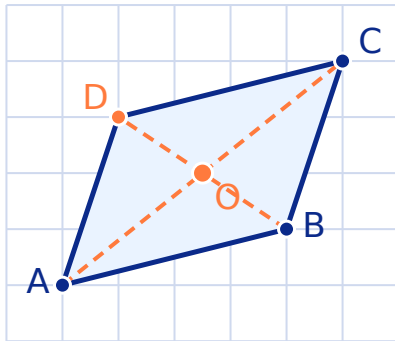
Périmètre : $4 \times 10 = 40$ cm.

14 Compléter le parallélogramme ★★★

- a. Pour que $ABCD$ soit un parallélogramme, il faut aller de D à C comme on va de A à

B : 4 carreaux vers la droite et 1 vers le haut. Donc D est à 4 carreaux à gauche et 1 vers le bas de C : **D (2 ; 4)**. Vérification : de A à D on fait +1 et +3 ; de B à C on fait aussi +1 et +3. ✓

- b. O est le milieu de [AC] : abscisse $(1 + 6) \div 2 = 3,5$; ordonnée $(1 + 5) \div 2 = 3$. Le milieu de [BD] est $((5 + 2) \div 2 ; (2 + 4) \div 2) = (3,5 ; 3)$: c'est le même point. **O (3,5 ; 3)**.



15 Aire d'un jardin ★★★

- Aire d'un parallélogramme = base $\times$ hauteur = $12 \times 6 = \mathbf{72 \text{ m}^2}$.
- La même aire s'écrit $8 \times h = 72$, donc $h = 72 \div 8 = \mathbf{9 \text{ m}}$.
- Périmètre : $2 \times (12 + 8) = 2 \times 20 = \mathbf{40 \text{ m}}$ de grillage.

Phrase réponse : le jardin a une aire de 72 m^2 et il faut 40 m de grillage.

16 Symétrique de D par rapport à C ★★★

Données. ABCD est un parallélogramme : $AB = DC$ et $(AB) \parallel (DC)$, avec le même sens de A vers B que de D vers C.

M est le symétrique de D par rapport à C : C est le milieu de [DM]. Donc D, C et M sont alignés, $CM = DC$ et le sens de C vers M est celui de D vers C.

Conclusion partielle. Les droites (CM) et (DC) sont confondues, donc $(CM) \parallel (AB)$. De plus $CM = DC = AB$.

Dans le quadrilatère ABMC, les côtés [AB] et [CM] sont parallèles, de même longueur et de même sens : **ABMC est un parallélogramme.**

17 Quadrilatère de côtés 5, 12 et diagonale 13 ★★★

- Dans le triangle ABC : $AB^2 + BC^2 = 25 + 144 = 169$ et $AC^2 = 13^2 = 169$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B. Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle : **ABCD est un rectangle.**
- Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur : **$BD = AC = 13 \text{ cm}$** . Aire = 5

$$\times 12 = 60 \text{ cm}^2.$$

18 Losange et théorème de Pythagore ★★★

- Un losange est un parallélogramme : O est le milieu de [AC] et de [BD]. De plus ses diagonales sont perpendiculaires : l'angle AOB est **droit**. Et $OA = 8 \div 2 = 4 \text{ cm}$.
- Dans le triangle AOB rectangle en O : $AB^2 = OA^2 + OB^2$, donc $OB^2 = 25 - 16 = 9$ et **OB = 3 cm**. Comme O est le milieu de [BD], **BD = 6 cm**.
- Aire = $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ cm}^2$.

19 Une frise ★★★

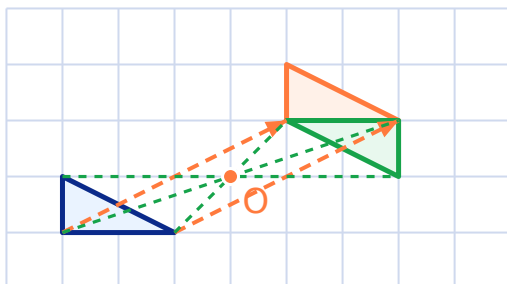
- Entre le premier et le sixième motif, il y a 5 translations : $5 \times 2,5 = 12,5 \text{ cm}$.
- Le sixième motif commence à 12,5 cm et mesure 2 cm de large : longueur totale = $12,5 + 2 = 14,5 \text{ cm}$.
- Avec un 7ème motif, le bord gauche serait à $6 \times 2,5 = 15 \text{ cm}$ et la frise mesurerait $15 + 2 = 17 \text{ cm}$. Cela rentre **juste** sur une bande de 17 cm (sans marge).

20 Quelle transformation ? ★★★

De T1 à T2 : chaque sommet avance de 4 carreaux vers la droite et de 2 vers le haut, sans que la figure tourne : c'est une **translation** de 4 carreaux vers la droite et 2 vers le haut.

De T1 à T3 : le sommet (1 ; 1) a pour image (7 ; 3), et le milieu de ces deux points est $((1 + 7) \div 2 ; (1 + 3) \div 2) = (4 ; 2) = O$. Pour $(3 ; 1) \rightarrow (5 ; 3)$, le milieu est (4 ; 2) ; pour $(1 ; 2) \rightarrow (7 ; 2)$, le milieu est (4 ; 2). C'est la **symétrie de centre O**.

De T2 à T3 : $(5 ; 3) \rightarrow (7 ; 3)$, $(7 ; 3) \rightarrow (5 ; 3)$ et $(5 ; 4) \rightarrow (7 ; 2)$ ont tous pour milieu (6 ; 3) = I. C'est la **symétrie de centre I** (la figure est retournée « à l'envers »).



21 Doubler un triangle ★★★

- I est le milieu de [AB] (donnée) et aussi le milieu de [CK] (car K est le symétrique de C par rapport à I). Les diagonales [AB] et [CK] du quadrilatère ACBK ont donc le

même milieu I : **ACBK est un parallélogramme.**

- b. Dans un parallélogramme, les côtés opposés sont égaux : **BK = AC = 6,4 cm**. Les côtés (AC) et (BK) sont parallèles et la droite (AB) les coupe ; les angles alternes-internes CAB et ABK sont égaux : **angle ABK = 47°**.

22 Une équation avec un parallélogramme ★★★

- a. Les côtés opposés d'un parallélogramme sont égaux : $AB = CD$, donc $3x + 2 = 5x - 4$. On regroupe : $2 + 4 = 5x - 3x$, soit $6 = 2x$, donc $x = 3$.
- b. $AB = 3 \times 3 + 2 = \mathbf{11 \text{ cm}}$; $CD = 5 \times 3 - 4 = \mathbf{11 \text{ cm}}$; $BC = 3 + 6 = \mathbf{9 \text{ cm}}$ (donc $AD = 9 \text{ cm}$). Périmètre = $2 \times (11 + 9) = \mathbf{40 \text{ cm}}$.