

Primitives et équations différentielles

Contrôle de maths - Terminale

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Primitives usuelles et composées / 4 pts

Donne une primitive de chaque fonction sur l'intervalle indiqué.

- a. $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ sur $\mathbb{R}$
- b. $g(x) = e^{2x} + \frac{3}{x}$ sur $]0 ; +\infty[$
- c. $h(x) = 3x^2(x^3 - 1)^3$ sur $\mathbb{R}$
- d. $k(x) = \cos(3x) + \frac{x}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$

2 Primitive avec condition initiale / 3 pts

Soit $f(x) = \frac{4x}{x^2+1} + e^{-x}$ sur $\mathbb{R}$. Détermine la primitive F de f sur $\mathbb{R}$ telle que $F(0) = 1$.

3 Équations différentielles du premier ordre / 4 pts

Résous sur $\mathbb{R}$.

- a. $y' = -3y$ avec $y(0) = 5$.
- b. $y' = 4y - 8$ avec $y(0) = -1$.

4 Équation avec solution particulière / 4 pts

On considère l'équation (E) : $y' = 2y + 1 - 6x$.

- a. Montre que $g(x) = 3x + 1$ est solution de (E).
- b. Résous $y' = 2y$.
- c. En déduire les solutions de (E), puis la solution f telle que $f(0) = 0$.

5 Un gâteau qui refroidit / 5 pts

Un gâteau sort du four à 180 °C. La pièce est à 20 °C. On note $T(t)$ sa température en °C après t minutes. On admet que $T' = -0,1(T - 20)$. La calculatrice est autorisée.

- a. Détermine $T(t)$.
- b. Quelle est la température du gâteau après 15 minutes ? Arrondis au dixième.

c. Au bout de combien de temps le gâteau atteint-il 40°C ? Arrondis à la minute.

