

Probabilités conditionnelles et indépendance

Contrôle de maths - 1ère

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Tableau croisé / 3 pts

Contrôle de 55 minutes, calculatrice autorisée. Total : 20 points.

Une salle de sport compte 240 abonnés : 150 adultes et 90 jeunes. Parmi les adultes, 90 suivent des cours collectifs (événement C) ; parmi les jeunes, 63. On choisit un abonné au hasard. A : « l'abonné est adulte ».

- Complète le tableau croisé (effectifs).
- Calcule $P(C)$ et $P_A(C)$.
- Calcule $P_C(A)$.
- A et C sont-ils indépendants ? Justifie.

2 Arbre pondéré et probabilités totales / 4 pts

Il pleut un jour donné avec la probabilité 0,3 (événement R). S'il pleut, Léa prend le bus (événement B) avec la probabilité 0,8 ; s'il ne pleut pas, avec la probabilité 0,25.

- Représente la situation par un arbre pondéré.
- Calcule la probabilité qu'il pleuve et que Léa prenne le bus.
- Montre que $P(B) = 0,415$.
- Léa prend le bus : quelle est la probabilité qu'il pleuve ? (valeur exacte puis arrondie à 0,001)

3 Indépendance / 3 pts

Pour deux événements A et B : $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,45$ et $P(A \cap B) = 0,09$.

- Montre que A et B sont indépendants.
- Calcule $P(A \cup B)$.
- Calcule $P(\bar{A} \cap B)$ de deux façons différentes.

4 Tirage sans remise / 4 pts

Un sac contient 4 jetons jaunes et 6 jetons noirs. On tire deux jetons successivement, sans remise. J_1 (J_2) : « le premier (le second) jeton est jaune ».

- Calcule $P(J_1 \cap J_2)$ et la probabilité de tirer deux jetons noirs.
- Déduis-en la probabilité de tirer deux jetons de la même couleur.
- Calcule $P(J_2)$, puis $P_{J_2}(J_1)$.

5 Épreuves indépendantes / 3 pts

Un footballeur réussit chaque penalty avec la probabilité 0,8. Il en tire quatre, les tirs étant indépendants. Calcule la probabilité de : a. quatre réussites ; b. au moins un échec ; c. exactement un échec (calculatrice autorisée, arrondis à 0,0001).

6 Contrôle de qualité / 3 pts

Dans une production, 1 % des pièces sont défectueuses (D). Un contrôle déclenche une alerte (L) pour 98 % des pièces défectueuses et pour 3 % des pièces correctes. Calcule $P(L)$, puis la probabilité qu'une pièce soit défectueuse sachant que l'alerte s'est déclenchée (valeur exacte puis arrondie à 0,001), et commente.