

Probabilités conditionnelles et indépendance

Corrigé du contrôle - 1ère

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Tableau croisé / 3 pts

a. Collectifs : $90 + 63 = 153$; non collectifs : 60 adultes, 27 jeunes, 87 au total. (1 pt)

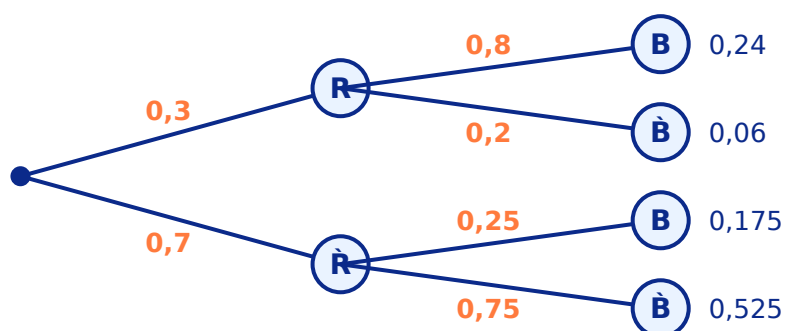
	C	$\bar{C}$	Total
Adultes	90	60	150
Jeunes	63	27	90
Total	153	87	240

b. $P(C) = 153/240 = 51/80$; $P_A(C) = 90/150 = 3/5$. (0,5 pt)

c. $P_C(A) = 90/153 = 10/17$. (0,5 pt)

d. $P(A \cap C) = 90/240 = 3/8 = 0,375$; $P(A) \times P(C) = 5/8 \times 51/80 = 51/128 \approx 0,398$.
Les nombres sont différents : A et C ne sont pas indépendants. (1 pt)

2 Arbre pondéré et probabilités totales / 4 pts



a. L'arbre ci-dessus. (1 pt)

b. $P(R \cap B) = 0,3 \times 0,8 = 0,24$. (0,5 pt)

c. R et $\bar{R}$ forment une partition : $P(B) = 0,24 + 0,7 \times 0,25 = 0,24 + 0,175 = 0,415$. (1 pt)

d. $P_B(R) = 0,24/0,415 = 48/83 \approx 0,578$. (1,5 pt)

3 Indépendance / 3 pts

- a. $P(A) \times P(B) = 0,2 \times 0,45 = 0,09 = P(A \cap B)$: indépendants. (1 pt)
- b. $P(A \cup B) = 0,2 + 0,45 - 0,09 = 0,56$. (1 pt)
- c. Première façon : $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0,45 - 0,09 = 0,36$. Seconde façon : $\bar{A}$ et B sont indépendants, donc $P(\bar{A}) \times P(B) = 0,8 \times 0,45 = 0,36$. (1 pt)

4 Tirage sans remise / 4 pts

- a. $P(J_1 \cap J_2) = \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$. $P(N_1 \cap N_2) = \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$. (1,5 pt)
- b. Les deux cas sont incompatibles : $\frac{2}{15} + \frac{5}{15} = \frac{7}{15}$. (0,5 pt)
- c. $P(J_2) = P(J_1 \cap J_2) + P(N_1 \cap J_2) = \frac{2}{15} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{90} + \frac{24}{90} = \frac{36}{90} = \frac{2}{5}$. (1 pt) Puis $P_{J_2}(J_1) = (2/15) \div (2/5) = \frac{1}{3}$. (1 pt)

5 Épreuves indépendantes / 3 pts

- a. $0,8^4 = 0,4096$. (1 pt)
- b. Contraire de « quatre réussites » : $1 - 0,4096 = 0,5904$. (1 pt)
- c. Quatre places possibles pour l'échec, chaque chemin valant $0,2 \times 0,8^3 = 0,1024$: $4 \times 0,1024 = 0,4096$. (1 pt)

6 Contrôle de qualité / 3 pts

$P(D \cap L) = 0,01 \times 0,98 = 0,0098$; $P(\bar{D} \cap L) = 0,99 \times 0,03 = 0,0297$. D et $\bar{D}$ formant une partition, $P(L) = 0,0098 + 0,0297 = 0,0395$. (1,5 pt)

$$P_L(D) = \frac{0,0098}{0,0395} = \frac{98}{395} \approx 0,248. \text{ (1 pt)}$$

Commentaire : malgré un contrôle fiable, seule une alerte sur quatre environ correspond à une vraie pièce défectueuse, car les pièces défectueuses sont rares. (0,5 pt)