

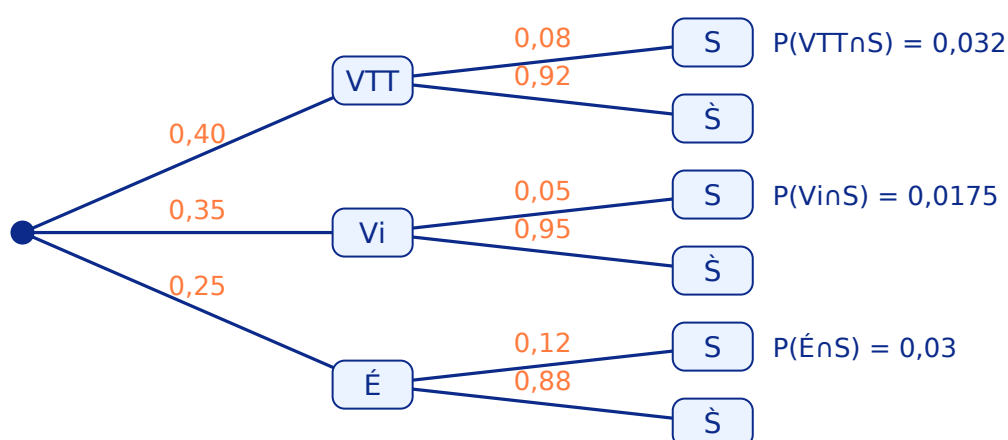
Probabilités conditionnelles et indépendance

Corrigé du contrôle - Terminale

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Un magasin de vélos / 5 pts

a. (1 pt) Arbre : les trois types forment une partition.



b. (1,5 pt) $P(S) = 0,4 \times 0,08 + 0,35 \times 0,05 + 0,25 \times 0,12 = 0,032 + 0,0175 + 0,03 = \mathbf{0,0795}$.

c. (1,5 pt) $P_S(É) = \mathbf{0,03/0,0795 = 20/53 \approx 0,377}$.

d. (1 pt) Vélo non électrique : 0,75 ; parmi eux ceux revenus : $0,032 + 0,0175 = 0,0495$. Donc $0,75 - 0,0495 = \mathbf{0,7005}$.

Calculatrice autorisée.

2 Indépendance / 4 pts

a. (1 pt) $P(A) \times P(B) = 0,35 \times 0,4 = 0,14 = P(A \cap B)$: **indépendants**.

b. (1 pt) $P(A) \times P(C) = 0,35 \times 0,5 = 0,175 \neq 0,2 = P(A \cap C)$: **non indépendants**.

c. (1,5 pt) $P(A \cup B) = 0,35 + 0,4 - 0,14 = \mathbf{0,61}$ (0,5 pt). A et B étant indépendants, $\bar{A}$ et B le sont aussi (propriété du cours), donc $P_B(\bar{A}) = P(B) = \mathbf{0,4}$, sachant que $P(\bar{A}) = 0,65 \neq 0$ (1 pt).

d. (0,5 pt) $P_C(A) = \mathbf{0,2/0,5 = 0,4}$.

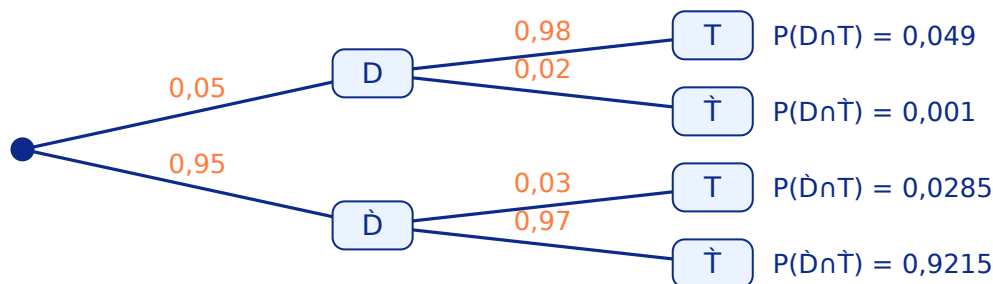
3 Lancers francs / 4 pts

- a. (1 pt) $0,7^5 = \mathbf{0,16807}$.
- b. (1 pt) $0,3^5 = \mathbf{0,00243}$; au moins un : $1 - 0,00243 = \mathbf{0,99757}$.
- c. (1 pt) Il y a 5 chemins (l'échec peut être au 1er, ..., au 5e lancer), chacun de probabilité $0,7^4 \times 0,3 = 0,07203$: $5 \times 0,07203 = \mathbf{0,36015}$.
- d. (1 pt) On veut $1 - 0,3^n > 0,9999$, soit $0,3^n < 0,0001$. À la calculatrice : $0,3^7 \approx 0,000219$ (trop grand) et $0,3^8 \approx 0,000066$. Il faut au minimum **8 lancers**.

Calculatrice autorisée.

4 Contrôle antidopage / 4 pts

- a. (1 pt)



- b. (1 pt) $(D ; \bar{D})$ est une partition : $P(T) = 0,05 \times 0,98 + 0,95 \times 0,03 = 0,049 + 0,0285 = \mathbf{0,0775}$.
- c. (1 pt) $P_T(D) = \mathbf{0,049/0,0775 \approx 0,632}$.
- d. (1 pt) $P(\bar{T}) = 1 - 0,0775 = 0,9225$ et $P(Dn\bar{T}) = 0,05 \times 0,02 = 0,001$. Donc $P_T(D) = \mathbf{0,001/0,9225 \approx 0,0011}$.

Calculatrice autorisée.

5 Variables aléatoires indépendantes / 3 pts

- a. (1,5 pt) $E(X) = 0,2 + 1 + 0,9 = 2,1$; $V(X) = 0,2 \times 1,1^2 + 0,5 \times 0,1^2 + 0,3 \times 0,9^2 = 0,242 + 0,005 + 0,243 = 0,49$. $E(Y) = 4 \times 0,25 = 1$; $V(Y) = 0,75 \times 1^2 + 0,25 \times 3^2 = 0,75 + 2,25 = 3$.
- b. (1 pt) $E(S) = E(X) + E(Y) = 3,1$ (linéarité). X et Y sont indépendantes, donc $V(S) = V(X) + V(Y) = 0,49 + 3 = \mathbf{3,49}$.
- c. (0,5 pt) $S = 5$ seulement pour $X = 1$ et $Y = 4$: par indépendance $P(S = 5) = 0,2 \times 0,25 = \mathbf{0,05}$.