

Probabilités conditionnelles et indépendance

Exercices de maths - 1ère

24 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Lecture d'un tableau croisé ★★★

Dans un lycée, 200 élèves de 1ère sont répartis selon le sexe et le régime : 120 filles et 80 garçons ; 90 filles et 50 garçons sont demi-pensionnaires (événement D). On choisit un élève au hasard. F : « l'élève est une fille ».

- Recopie et complète le tableau croisé avec les totaux.
- Calcule $P(F)$, $P(D)$ et $P(F \cap D)$.
- Calcule $P_F(D)$ et $P_D(F)$.
- Interprète $P_D(F)$ par une phrase.

2 Calcul de $P_A(B)$ à partir des probabilités ★★★

Deux événements A et B vérifient $P(A) = 0,5$; $P(B) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,2$.

- Calcule $P_A(B)$ et $P_B(A)$.
- A et B sont-ils indépendants ? Justifie.

3 Probabilité d'une intersection ★★★

On sait que $P(A) = 0,6$, $P_A(B) = 0,3$ et $P_{\bar{A}}(B) = 0,5$.

- Calcule $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A} \cap B)$.
- Déduis-en $P(B)$.

4 Compléter un arbre ★★★

Un arbre a deux niveaux : $P(A) = 0,7$; $P_A(B) = 0,2$; $P_{\bar{A}}(B) = 0,9$.

- Complète toutes les branches (y compris celles des contraires).
- Calcule les probabilités des quatre chemins et vérifie que leur somme vaut 1.
- Calcule $P(B)$.

5 Dé et indépendance ★★★

On lance un dé équilibré à six faces. A : « le résultat est pair ». B : « le résultat est supérieur ou égal à 4 ».

- Calcule $P(A)$, $P(B)$ et $P(A \cap B)$.
- Calcule $P_A(B)$.
- A et B sont-ils indépendants ?

6 Vrai ou faux ? ★★★

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifie (A et B ont des probabilités non nulles).

- $P_A(B) = P_B(A)$ pour tous événements A et B.
- $P(A \cap B) \leq P(A)$.
- Si A et B sont incompatibles, alors ils sont indépendants.
- $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$.

7 Un jeu de cartes ★★★

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. R : « la carte est un roi ». C : « la carte est un cœur ».

- Calcule $P(R)$, $P(C)$ et $P(R \cap C)$.
- R et C sont-ils indépendants ?
- Calcule $P_C(R)$ et interprète.

8 Tirage sans remise ★★★

Une urne contient 5 boules rouges et 3 vertes. On tire successivement deux boules **sans remise**.

- Construis l'arbre pondéré (R_1/V_1 puis R_2/V_2).
- Calcule la probabilité d'obtenir deux boules rouges, puis deux boules vertes.
- Déduis la probabilité d'obtenir deux couleurs différentes.

9 Deux machines ★★★

Une usine fabrique des pièces avec deux machines : la machine A produit 60 % des pièces et la machine B 40 %. 2 % des pièces de A et 5 % des pièces de B sont défectueuses. On prend une pièce au hasard. D : « la pièce est défectueuse ».

- Construis l'arbre pondéré.

- b. Calcule $P(D)$.
- c. La pièce est défectueuse : quelle est la probabilité qu'elle vienne de B ?

10 Sondage et lecture ★★★

Sur 500 personnes interrogées, 300 sont des femmes. 40 % des femmes et 110 des hommes déclarent lire régulièrement (événement L). On choisit une personne au hasard. F : « la personne est une femme ».

- a. Complète un tableau croisé.
- b. Calcule $P(L)$.
- c. Calcule $P_L(F)$.
- d. F et L sont-ils indépendants ?

11 Construire des événements indépendants ★★★

A et B sont indépendants, avec $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,5$. Calcule $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ et $P(\bar{A} \cap \bar{B})$. Que remarques-tu ?

12 Trouver une probabilité inconnue ★★★

A et B sont indépendants, $P(A) = 0,4$ et $P(A \cup B) = 0,7$. Calcule $P(B)$.

13 Deux lancers francs ★★★

Un joueur réussit chaque lancer franc avec la probabilité 0,7, indépendamment des autres. Il tente deux lancers. Calcule la probabilité de : a. deux réussites ; b. exactement une réussite ; c. au moins une réussite.

14 Une pièce truquée ★★★

Une pièce truquée donne « pile » avec la probabilité 0,6. On la lance trois fois de façon indépendante. Calcule la probabilité d'obtenir : a. au moins un pile ; b. exactement deux piles.

15 Trois moyens de transport ★★★

Un élève vient au lycée en bus (50 % des jours), à vélo (30 %) ou à pied (20 %). Il est en retard avec la probabilité 0,10 en bus, 0,04 à vélo et 0,05 à pied. R : « il est en retard ».

- a. Calcule $P(R)$.

b. Il est en retard : quelle est la probabilité qu'il soit venu en bus ?

16 Deux urnes ★★★

On lance une pièce équilibrée. Si on obtient pile, on tire une boule dans l'urne U_1 (3 rouges, 2 bleues) ; sinon, dans l'urne U_2 (1 rouge, 4 bleues).

- a. Calcule la probabilité de tirer une boule rouge.
- b. La boule est rouge : quelle est la probabilité qu'elle vienne de U_1 ?

17 Un test de dépistage ★★★

Dans une population, 2 % des personnes ont une maladie M. Un test est positif (T) pour 95 % des malades et pour 10 % des personnes non malades.

- a. Construis l'arbre pondéré.
- b. Calcule $P(T)$.
- c. Calcule la probabilité d'être malade sachant que le test est positif (arrondie à 0,001). Commente.

18 Un jeu de questions ★★★

Un candidat reçoit au hasard une question facile (50 % des cas), moyenne (30 %) ou difficile (20 %). Il répond juste avec la probabilité 0,9 ; 0,6 ; 0,3 respectivement. J : « il répond juste ».

- a. Calcule $P(J)$.
- b. Il a répondu juste : probabilité que la question était facile ?
- c. Il s'est trompé : probabilité que la question était difficile ?

19 Paramètre à retrouver ★★★

On sait que $P(A) = 0,5$, $P_{\bar{A}}(B) = 0,2$ et $P(B) = 0,35$. Détermine $P_A(B)$. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

20 Familles de deux enfants ★★★

On suppose qu'à chaque naissance fille et garçon sont équiprobables, et que les sexes de deux enfants sont indépendants. Une famille a deux enfants. Calcule la probabilité qu'il y ait deux filles : a. sans information ; b. sachant qu'il y a au moins une fille ; c. sachant que l'aînée est une fille.

21 Combien de lancers ? ★★★

On lance n fois un dé équilibré (calculatrice autorisée). Quel est le plus petit entier n tel que la probabilité d'obtenir au moins un 6 soit supérieure à 0,99 ?

22 Démonstration : indépendance et contraire ★★★

Démontre que si A et B sont indépendants, alors $\bar{A}$ et $\bar{B}$ sont indépendants. Tu pourras utiliser $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$.

23 Deux machines, retour ★★★

Un atelier a deux machines : M_1 fabrique 45 % des pièces, M_2 le reste. 4 % des pièces de M_1 et 6 % de celles de M_2 sont défectueuses. On choisit une pièce au hasard. Elle est défectueuse : quelle est la probabilité qu'elle provienne de M_1 ? Exprime le résultat en fraction irréductible puis arrondi à 0,001.

24 Tableau d'indépendance ★★★

Sur 200 élèves, 35 % sont inscrits à l'association sportive (S) et 60 % mangent à la cantine (C). On suppose S et C indépendants.

- Combien d'élèves sont à la fois inscrits à l'association sportive et à la cantine ?
- Complète le tableau croisé des effectifs.