

Probabilités

Corrigé des exercices - 3ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Dé à huit faces ★★★

- Il y a **8 issues**, toutes équiprobables (dé équilibré).
- Les nombres premiers de 1 à 8 sont 2, 3, 5 et 7 : 4 cas favorables. $P = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.
- Les multiples de 3 sont 3 et 6 : $P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
- Les issues 7 et 8 conviennent : $P = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

2 Tirer un jeton ★★★

- Il y a 10 jetons, tirés au hasard : $P(\text{rouge}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; $P(\text{vert}) = \frac{3}{10}$; $P(\text{jaune}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.
- $\frac{5}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{10}{10} = 1$.
- « Ne pas tirer rouge » est l'événement contraire : $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (on retrouve $3 + 2 = 5$ jetons sur 10).

3 Vrai ou faux ? ★★★

- Faux.** Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1.
- Vrai.** Un événement qui ne se réalise jamais a pour probabilité 0 (dans les situations étudiées en 3ème).
- Faux.** Les deux issues « 6 » et « pas 6 » ne sont pas équiprobables : $P(6) = \frac{1}{6}$ alors que $P(\text{pas } 6) = \frac{5}{6}$.
- Vrai.** $P(\bar{A}) = 1 - 0,35 = 0,65$.

4 Une roue à huit secteurs ★★★

- La roue a 8 secteurs identiques : $P(\text{rouge}) = \frac{3}{8}$; $P(\text{bleu}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$; $P(\text{vert}) = \frac{1}{4}$; $P(\text{jaune}) = \frac{1}{8}$.
- Rouge et bleu sont incompatibles : $P = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$ (5 secteurs sur 8).
- $P(\text{pas jaune}) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

5 Les bonbons ★★★

- $P(\text{fraise}) = \frac{7}{25}$.

- b. Événement contraire : $P = 1 - \frac{7}{25} = \frac{18}{25} = 0,72 = 72 \%$. On vérifie : $25 - 7 = 18$ bonbons ne sont pas à la fraise, et $18 \div 25 = 0,72$.

6 Compléter une loi de probabilité ★★★

- a. La somme des probabilités vaut 1 : $0,35 + 0,25 + 0,3 = 0,9$, donc $P(\text{jaune}) = 1 - 0,9 = 0,1$.
- b. $P(\text{pas rouge}) = 1 - 0,35 = 0,65$.
- c. Rouge et vert sont incompatibles : $P = 0,35 + 0,3 = 0,65$.

7 Vingt cartes ★★★

- a. Multiples de 5 : 5, 10, 15, 20, donc $P = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.
- b. 10 nombres pairs : $P = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$.
- c. De 10 à 20, il y a $20 - 10 + 1 = 11$ nombres : $P = \frac{11}{20}$.
- d. Carrés parfaits : 1, 4, 9, 16, donc $P = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

8 Pair ou multiple de 3 ★★★

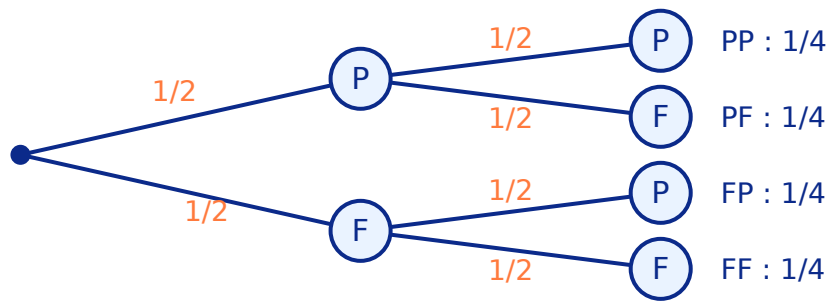
- a. $A = \{2 ; 4 ; 6\}$; $B = \{3 ; 6\}$; $A \cap B = \{6\}$; $A \cup B = \{2 ; 3 ; 4 ; 6\}$.
- b. Non : $A \cap B = \{6\}$ n'est pas vide, donc A et B ne sont pas incompatibles.
- c. $P(A) = \frac{3}{6}$; $P(B) = \frac{2}{6}$; $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$. Donc $P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. En comptant : 4 issues sur 6, soit $\frac{4}{6}$. Les deux résultats concordent.

9 Musique et lecture ★★★

- a. $P(M) = \frac{14}{25}$; $P(L) = \frac{11}{25}$; $P(M \cap L) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$.
- b. $P(M \cup L) = \frac{14}{25} + \frac{11}{25} - \frac{5}{25} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$. (Vérification : $14 + 11 - 5 = 20$ élèves.)
- c. C'est l'événement contraire de $M \cup L$: $1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ (5 élèves).
- d. $11 - 5 = 6$ élèves aiment la lecture sans la musique : $P = \frac{6}{25}$.

10 Deux lancers de pièce ★★★

- a. Voici l'arbre : chaque branche porte la probabilité $\frac{1}{2}$.



b. $P(FF) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

c. Le contraire de « au moins un Pile » est « aucun Pile », c'est-à-dire FF. Donc $P = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

d. PF et FP conviennent : $P = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

11 Somme de deux dés ★★★

a. Voici le tableau (dé rouge en ligne, dé vert en colonne). Il y a $6 \times 6 = 36$ issues équiprobables.

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

b. La somme 7 apparaît 6 fois (sur une diagonale) : $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

c. Somme 10 : 3 cases ; 11 : 2 cases ; 12 : 1 case. Total 6 cases : $P = \frac{1}{6}$.

d. Une somme est paire quand les deux dés ont la même parité : 18 cases, $P = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

e. La somme 7 est la plus probable (6 chances sur 36).

12 La punaise ★★★

a. $\frac{124}{200} = 0,62$ sur 200 lancers ; $\frac{618}{1000} = 0,618$ sur 1 000 lancers.

b. Les fréquences se stabilisent autour de 0,62. On estime la probabilité à **environ 0,62**. Ce n'est pas une valeur exacte : la punaise n'est pas équilibrée, on ne peut pas la calculer par un simple dénombrement.

c. $500 \times 0,62 = 310$: on peut prévoir **environ 310** fois (sans certitude).

13 Combien de billes rouges ? ★★★

- a. $148/400 = 0,37$.
- b. $0,37 \times 50 = 18,5$: il y a probablement **18 ou 19 billes rouges**.
- c. Une fréquence est une estimation de la probabilité ; une autre série de tirages donnerait un résultat un peu différent. Le nombre exact de billes ne peut être connu qu'en ouvrant le sac.

14 Deux roues et un produit ★★★

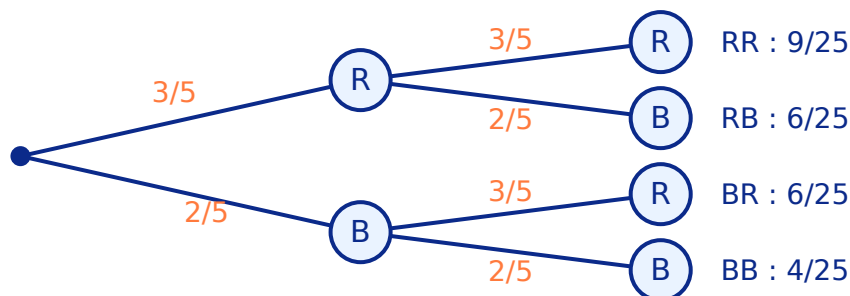
- a. Il y a $3 \times 4 = 12$ issues équiprobables.

A \ B	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12

- b. Produits pairs : $2 + 4 + 2 = 8$ cases (lignes 1, 2, 3). $P = 8/12 = 2/3$.
- c. Produit 6 : (2 ; 3) et (3 ; 2), donc $P = 2/12 = 1/6$.
- d. Produits 8, 9 et 12 : 3 cases, $P = 3/12 = 1/4$.

15 Tirage avec remise ★★★

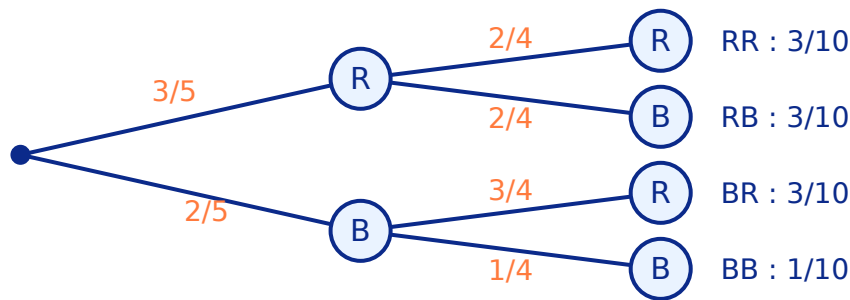
- a. À chaque tirage : $P(R) = 3/5$ et $P(B) = 2/5$.



- b. $P(RR) = 3/5 \times 3/5 = 9/25$; $P(BB) = 2/5 \times 2/5 = 4/25$.
- c. RB et BR conviennent : $6/25 + 6/25 = 12/25 = 12/25$.
- d. Même couleur : $9/25 + 4/25 = 13/25$. Les deux événements sont contraires : $13/25 + 12/25 = 1$.

16 Tirage sans remise ★★★

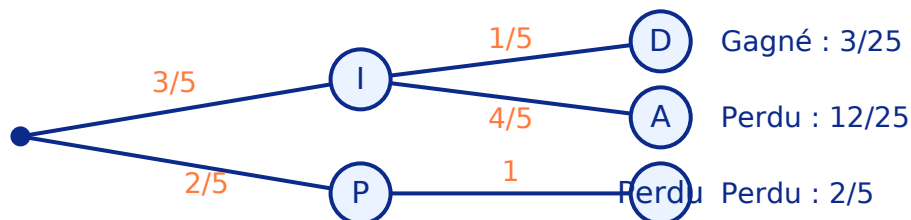
- a. Après un premier tirage rouge, il reste 2 R et 2 B (4 boules) : $P(R) = 1/2$ et $P(B) = 1/2$. Après un premier tirage bleu, il reste 3 R et 1 B : $P(R) = 3/4$ et $P(B) = 1/4$.



- b. $P(RR) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$; $P(RB) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$; $P(BR) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$; $P(BB) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$.
- c. $\frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{1}{10} = \frac{10}{10} = 1$.
- d. RB ou BR : $\frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

17 La loterie de la fête ★★★

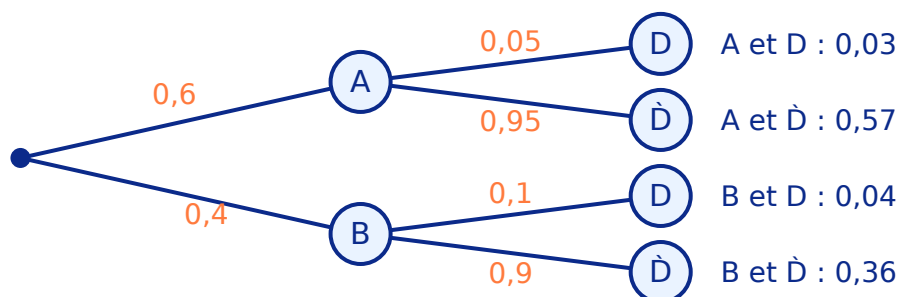
- a. Impairs : 1, 3, 5, donc $P(\text{impair}) = \frac{3}{5}$; pairs : $P(\text{pair}) = \frac{2}{5}$.



- b. On peut tirer un jeton quand le numéro est impair : $\frac{3}{5}$.
- c. $P(\text{gagner}) = P(\text{impair}) \times P(\text{doré}) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{25}$.
- d. $300 \times \frac{3}{25} = 36$: on peut prévoir **environ 36 gagnants**.

18 Pièces défectueuses ★★★

- a. Premier niveau : A (0,6) et B (0,4). Second niveau : après A, D (0,05) et non D (0,95) ; après B, D (0,1) et non D (0,9).



- b. $P(A \text{ et } D) = 0,6 \times 0,05 = \mathbf{0,03}$.
- c. $P(B \text{ et } D) = 0,4 \times 0,1 = 0,04$. Les deux chemins sont incompatibles : $P(D) = 0,03 + 0,04 = \mathbf{0,07}$.

d. $2\,000 \times 0,07 = \mathbf{140}$ pièces défectueuses environ.

19 Simuler avec un tableur ★★★

- a. La formule renvoie un entier de 1 à 10, avec la même probabilité **1/10** pour chaque entier. L'événement est « réalisé » quand le résultat est 1, 2 ou 3 : cela fait 3 issues sur 10, donc une probabilité de **3/10 = 0,3**.
- b. Fréquence = **287/1000 = 0,287**.
- c. **Non** : c'est une fréquence observée sur une simulation, donc une estimation de la probabilité. Une autre simulation donnerait un nombre voisin mais différent (par exemple 0,31).
- d. On peut utiliser =ALEA.ENTRE.BORNES(1;5) et décider que l'événement est réalisé pour 1 ou 2 : 2 issues sur 5 = **2/5**.

20 Union avec la formule ★★★

- a. $P(A \cup B) = 0,45 + 0,3 - 0,12 = \mathbf{0,63}$.
- b. C'est le contraire de $A \cup B$: $1 - 0,63 = \mathbf{0,37}$.
- c. A sans B : $P(A) - P(A \cap B) = 0,45 - 0,12 = \mathbf{0,33}$.
- d. Si A et B étaient incompatibles, $P(A \cap B) = 0$ et $P(A \cup B) = 0,45 + 0,3 = \mathbf{0,75}$.

21 Le plus grand de deux dés ★★★

- a. Tableau des maximums (36 issues équiprobables).

max	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

- b. Le nombre 6 apparaît 11 fois : $P = \mathbf{11/36}$.
- c. Il faut que les deux dés soient 1 ou 2 : $2 \times 2 = 4$ cases, $P = \mathbf{4/36 = 1/9}$.
- d. Maximum 2 : 3 cases ; 4 : 7 cases ; 6 : 11 cases. Total 21 cases : $P = \mathbf{21/36 = 7/12}$.

22 Ajouter des jetons ★★★

- a. $P(\text{bleu}) = 1 - \mathbf{2/7 = 5/7}$.
- b. Si N est le nombre total de jetons, $\mathbf{5/7} \times N = 15$, donc $N = 15 \times 7 \div 5 = \mathbf{21}$ jetons.

- Il y a donc $21 - 15 = 6$ **jetons rouges** (et on retrouve $P(\text{rouge}) = 6/21 = 2/7$).
- c. On ajoute x jetons rouges : la probabilité devient $6+x/21+x$. Elle vaut $1/2$ quand $2 \times (6 + x) = 21 + x$, soit $12 + 2x = 21 + x$, donc $x = 9$. Vérification : $15/30 = 1/2$.

23 Faut-il en conclure que la pièce est truquée ? ★★★

- a. Alice : $7/10 = 0,7$. Léo : $507/1000 = 0,507$.
- b. Une série de 10 lancers est trop courte : la fréquence varie beaucoup d'une série à l'autre. L'affirmation d'Alice n'est **pas justifiée**.
- c. Sur 1 000 lancers, la fréquence est très proche de 0,5 : il est **raisonnable de penser que la pièce est équilibrée** (probabilité proche de 0,5).
- d. Les lancers sont indépendants et le hasard n'a pas de mémoire : la probabilité reste $1/2$.