

Probabilités

Cours de maths - 5ème

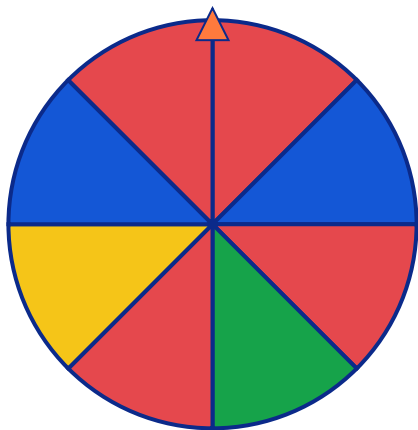
Pile ou face, tirage au sort, roue de loterie, dé... Dans tous ces jeux, le **hasard** décide. Impossible de prévoir un résultat précis, mais on peut mesurer ses **chances** avec un nombre : la **probabilité**. Dans ce chapitre, tu apprends à décrire une expérience aléatoire, à calculer des probabilités simples et à les comparer avec ce que donnent de vraies expériences.

1. Expérience aléatoire et issues

Expérience aléatoire Une expérience est **aléatoire** lorsque : on connaît à l'avance tous les résultats possibles ; on ne peut pas prévoir lequel va se produire ; on peut la recommencer dans les mêmes conditions.

Issue Un résultat possible d'une expérience aléatoire s'appelle une **issue**. La liste de toutes les issues s'appelle l'**univers** (ou ensemble des issues possibles).

Exemples Lancer une pièce : 2 issues, « Pile » et « Face ». Lancer un dé à six faces : 6 issues, 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6. Tourner la roue ci-dessous et regarder la couleur : 4 issues, rouge, bleu, vert, jaune.



Une roue partagée en 8 secteurs de même taille. Une flèche fixe indique le secteur obtenu.

Attention Les issues dépendent de ce que l'on observe. Avec cette roue, si on regarde la *couleur*, il y a 4 issues ; si on regarde le *numéro du secteur* (de 1 à 8), il y en a 8. Précise toujours ce que tu observes.

Ce n'est pas aléatoire Calculer 7×8 , mesurer la longueur d'une table, faire bouillir de l'eau : le résultat est toujours le même et on le connaît à l'avance. Ce ne sont pas

2. Les événements

Événement Un **événement** est un ensemble d'issues. Un événement qui ne contient qu'une seule issue est un **événement élémentaire**. On dit qu'un événement est **réalisé** lorsque l'issue obtenue fait partie de cet événement.

Avec un dé à six faces Événement A : « obtenir un nombre pair » = {2 ; 4 ; 6}, il contient 3 issues. Événement B : « obtenir un 5 » = {5}, c'est un événement élémentaire. Si le dé s'arrête sur 4, A est réalisé et B ne l'est pas.

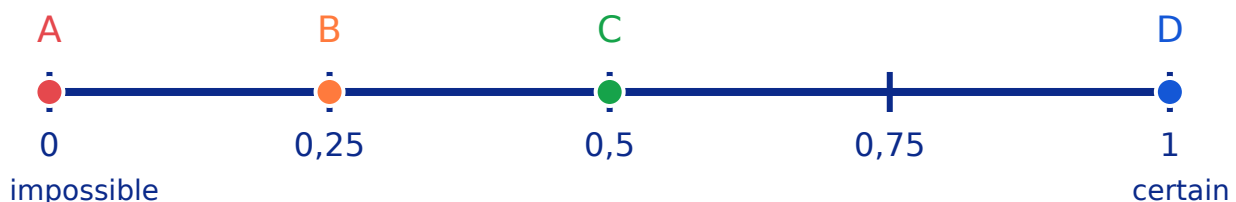
Événement certain, événement impossible Un événement **certain** se produit à tous les coups : il contient toutes les issues (« obtenir un nombre inférieur à 7 » avec un dé). Un événement **impossible** ne contient aucune issue : il ne peut jamais se produire (« obtenir 9 » avec un dé à six faces).

Méthode Pour décrire un événement, **écris la liste des issues** qui le réalisent. C'est ce qui évite les oublis : combien de nombres premiers sur un dé à 10 faces ? 2, 3, 5, 7 : on les liste, on en trouve 4.

3. La probabilité : un nombre entre 0 et 1

Probabilité La **probabilité** d'un événement mesure sa chance de se produire. C'est un nombre compris entre **0 et 1**. On la note $P(A)$ pour l'événement A. On peut l'écrire sous forme de fraction, de nombre décimal ou de pourcentage.

À savoir • Un événement impossible a pour probabilité **0**. • Un événement certain a pour probabilité **1**. • Plus la probabilité est proche de 1, plus l'événement est « probable » ; plus elle est proche de 0, plus il est « improbable ». • Une probabilité n'est jamais négative et jamais supérieure à 1.



Échelle de 0 à 1 : A est impossible (0), B se produit en moyenne 1 fois sur 4 (0,25), C une fois sur deux (0,5), D est certain (1).

Probabilité	0	0,25	0,5	0,75	1
En pourcentage	0 %	25 %	50 %	75 %	100 %

Probabilité	0	0,25	0,5	0,75	1
En fraction	0/1	1/4	1/2	3/4	1/1
En mots	impossible	peu probable	une chance sur deux	assez probable	certain

Piège « $P = 1,5$ » ou « $P = -0,2$ » n'ont aucun sens. Si tu trouves un tel résultat, tu t'es trompé dans ton calcul.

4. Calculer une probabilité : le cas équiprobable

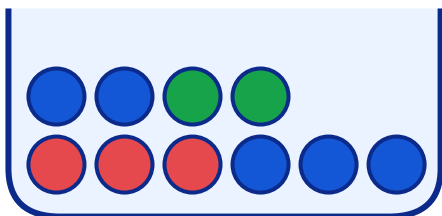
Équiprobabilité Il y a **équiprobabilité** lorsque toutes les issues ont la même chance de se produire. C'est le cas d'un dé équilibré, d'une pièce non truquée, d'une roue aux secteurs égaux, d'une boule tirée au hasard dans une urne (« au hasard » signifie que chaque boule a la même chance d'être prise).

Formule En situation d'équiprobabilité :

$P(A)$ = nombre d'issues qui réalisent A / nombre total d'issues

On dit aussi : nombre de cas favorables sur nombre de cas possibles.

Méthode en 4 étapes 1) Vérifie qu'il y a équiprobabilité. 2) Compte le **nombre total** d'issues. 3) Compte les issues **favorables** à l'événement. 4) Écris la fraction, puis simplifie-la si possible.



Une urne de 10 boules identiques au toucher : 3 rouges, 5 bleues, 2 vertes. On tire une boule au hasard.

Exemple résolu Le nombre total de boules est $3 + 5 + 2 = 10$. $P(\text{rouge}) = \frac{3}{10} = 0,3$. $P(\text{bleue}) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0,5$. $P(\text{verte}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0,2$. $P(\text{rouge ou verte}) = \frac{5}{10} = 0,5$, car $3 + 2 = 5$ boules conviennent. On remarque que $0,3 + 0,5 + 0,2 = 1$.

Somme des probabilités La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à **1**. C'est un excellent moyen de vérifier ses calculs.

Pas d'équiprobabilité, pas de formule « Il y a 2 issues, donc une chance sur deux » est **faux** en général. Demain, il pleuvra ou il ne pleuvra pas : ce n'est pas une chance sur deux pour autant. Dans l'urne ci-dessus, on a 3 couleurs possibles mais $P(\text{bleue}) = 0,5$ et pas $\frac{1}{3}$: les boules de chaque couleur ne sont pas en même nombre.

5. Événement contraire

Événement contraire L'événement contraire de A, noté « non A », est réalisé exactement lorsque A ne l'est pas. Il contient toutes les issues qui ne sont pas dans A.

Propriété $P(\text{non A}) = 1 - P(A)$. En effet, A ou non A se produit toujours (probabilité 1) et les deux ne peuvent jamais arriver ensemble.

Exemple Avec l'urne précédente, A : « tirer une boule rouge ». Son contraire est « tirer une boule *qui n'est pas rouge* » (bleue ou verte). $P(\text{non A}) = 1 - 0,3 = 0,7$. Vérification directe : $5 + 2 = 7$ boules sur 10, soit 0,7.

Astuce Pour « au moins un... » ou « autre que... », il est souvent plus simple de calculer la probabilité du contraire, puis de faire 1 moins ce nombre. Attention : le contraire de « obtenir un nombre pair » est « obtenir un nombre impair », pas « obtenir un nombre premier ».

6. Expérimenter : fréquences et probabilités

Effectif et fréquence Quand on répète une expérience, l'**effectif** d'une issue est le nombre de fois où elle apparaît. Sa **fréquence** est : **fréquence = effectif/nombre total d'essais**. C'est un nombre entre 0 et 1.

Exemple Sacha lance une pièce 40 fois et obtient 26 fois « Pile ». La fréquence de « Pile » est $26/40 = 0,65$. Cela ne veut pas dire que la pièce est truquée : la probabilité théorique est 0,5, mais sur un petit nombre de lancers, on s'écarte souvent de cette valeur.

Loi des grands nombres (à retenir en gros) Quand on répète une expérience un très grand nombre de fois, la fréquence d'une issue **se rapproche de sa probabilité**. Plus il y a d'essais, plus les fréquences se stabilisent.

Nombre de lancers	10	100	1 000	10 000
Fréquence de « Pile » (exemple)	0,7	0,54	0,507	0,4993

Exemple de résultats d'une simulation : la fréquence tend vers 0,5.

Les pièges du hasard Une expérience n'a pas de mémoire : si une pièce équilibrée a donné « Pile » 5 fois de suite, la probabilité d'obtenir « Pile » au lancer suivant reste 0,5. Une fréquence observée est une *estimation* ; la probabilité est une valeur *théorique*.

Avec un tableur La formule =ALEA.ENTRE.BORNES(1;6) simule un lancer de dé. On la trouve en ligne : maths-facile.eu/probabilites-cours-5eme/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur maths-facile.eu

recopie sur 1 000 lignes, on compte les 6 obtenus et on calcule leur fréquence : elle sera proche de $\frac{1}{6} \approx 0,167$. Mathbot te le dit : « Ma calculatrice simule des milliers de lancers sans se fatiguer ! »

7. Rédiger un exercice de probabilités

Modèle de rédaction « On tire une boule au hasard : il y a équiprobabilité. Il y a 12 issues possibles. Il y a 3 issues favorables à l'événement A. Donc $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$. »

Dé à 8 faces On lance un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8. A : « obtenir un multiple de 3 » = {3 ; 6}, donc $P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. B : « obtenir un nombre supérieur ou égal à 6 » = {6 ; 7 ; 8}, donc $P(B) = \frac{3}{8}$. $P(\text{non B}) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$. Contrôle : 1, 2, 3, 4, 5 sont bien 5 issues sur 8.

Quatre réflexes Une probabilité s'écrit en **fraction simplifiée** (ou en décimal quand c'est exact). Elle est toujours entre 0 et 1. Les probabilités de toutes les issues s'additionnent pour faire 1. Et tu peux toujours vérifier avec l'événement contraire.

À retenir

- Une expérience aléatoire a des issues connues à l'avance, mais son résultat ne se prévoit pas.
- Un événement est un ensemble d'issues ; il est certain (probabilité 1) ou impossible (probabilité 0) dans les cas extrêmes.
- Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.
- Équiprobabilité : $P(A) = \text{nombre d'issues favorables} \div \text{nombre total d'issues}$.
- La somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.
- $P(\text{non A}) = 1 - P(A)$.
- Fréquence = effectif $\div$ nombre d'essais ; avec beaucoup d'essais, elle se rapproche de la probabilité.
- « Deux issues » ne signifie pas « une chance sur deux » sans équiprobabilité.