

Probabilités

Cours de maths - 6ème

Pile ou face ? Quelle couleur va s'arrêter sous la flèche de la roue ? Dans ce chapitre, tu apprends à **parler du hasard avec précision** : reconnaître une expérience aléatoire, lister ses issues, dire si un événement est certain, impossible ou probable, puis calculer sa **probabilité**, un nombre entre 0 et 1 que l'on écrit avec une fraction.

1. Expériences aléatoires et issues

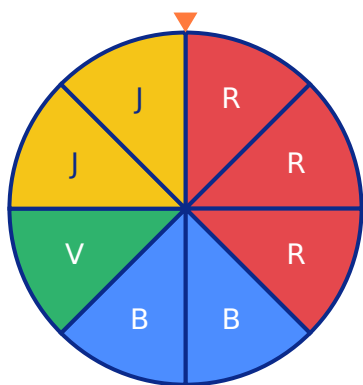
Expérience aléatoire Une expérience est **aléatoire** quand on connaît tous les résultats possibles à l'avance, mais qu'on ne peut pas prévoir lequel va se produire. Chaque résultat possible s'appelle une **issue**.

Exemples

- Lancer une pièce : 2 issues, « pile » et « face ».
- Lancer un dé à 6 faces : 6 issues, les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6.
- Tirer une bille dans un sac sans regarder : autant d'issues que de billes.
- Faire tourner une roue et lire la couleur sous la flèche.

Aléatoire ou pas ? Mesurer ton cahier avec une règle n'est pas une expérience aléatoire : le résultat est connu d'avance. Lancer un dé en est une : même si tu connais les 6 issues, tu ne peux pas savoir laquelle sortira.

Voici une roue de 8 secteurs égaux. Quand elle s'arrête, la flèche désigne un secteur au hasard. Cette expérience a 8 issues :



Les 8 secteurs sont de même taille : R pour rouge, B pour bleu, V pour vert, J pour jaune.

2. Les événements

Événement Un **événement** est un ensemble d'issues, décrit par une phrase. Une issue qui fait partie de cet ensemble **réalise** l'événement. Un événement formé d'une seule issue est un **événement élémentaire**.

Avec un dé à 6 faces Événement A : « obtenir un nombre pair ». Les issues qui le réalisent sont 2, 4 et 6 : il y en a 3. Événement B : « obtenir 5 » : une seule issue, c'est un événement élémentaire.

Événement certain, impossible, possible

- Un événement est **certain** s'il se produit forcément, quelle que soit l'issue.
- Il est **impossible** s'il ne peut jamais se produire : aucune issue ne le réalise.
- Sinon, il est **possible** : il peut se produire, mais ce n'est pas sûr.

Exemples avec un dé à 6 faces « Obtenir un nombre inférieur à 7 » est certain (toutes les faces conviennent). « Obtenir 9 » est impossible. « Obtenir un multiple de 3 » est possible (issues 3 et 6).

Astuce de vocabulaire On dit aussi qu'un événement est **probable** s'il a beaucoup de chances de se produire, et **peu probable** s'il en a peu.

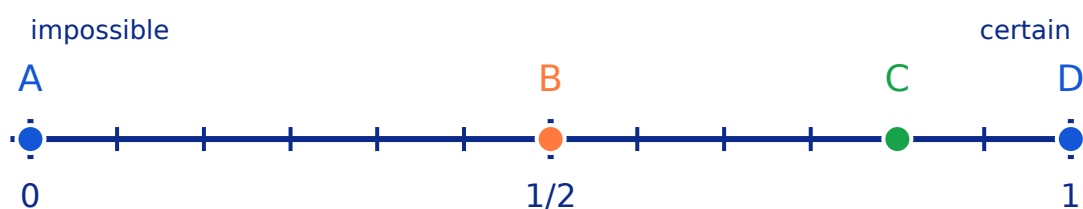
3. La probabilité : un nombre entre 0 et 1

À savoir La **probabilité** d'un événement mesure ses chances de se réaliser. C'est un nombre **compris entre 0 et 1**.

- Probabilité égale à **0** : événement impossible.
- Probabilité égale à **1** : événement certain.
- Plus elle est **proche de 1**, plus l'événement est probable ; plus elle est **proche de 0**, plus il est peu probable.

Une probabilité n'est jamais négative, et jamais plus grande que 1.

On peut placer les événements sur une échelle de 0 à 1. Pour un dé à 6 faces : « obtenir 9 » vaut 0 (point A), « obtenir un nombre pair » vaut **1/2** (point B), « obtenir un nombre inférieur à 6 » vaut **5/6** (point C), « obtenir un nombre inférieur à 7 » vaut 1 (point D).



Piège Une probabilité de 1,3 ou de **7/4** n'existe pas : elle dépasse 1. Si tu trouves un tel résultat, tu as fait une erreur, par exemple en inversant numérateur et dénominateur.

4. Calculer une probabilité : le cas équiprobable

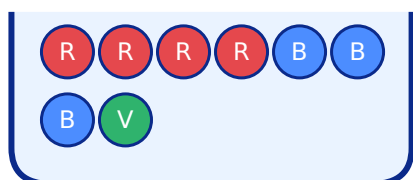
Équiprobabilité Quand toutes les issues ont les **mêmes chances** de se produire (dé équilibré, pièce normale, billes identiques au toucher, secteurs de même taille), on dit que l'on est dans une situation d'**équiprobabilité**.

Formule à connaître Dans une situation d'équiprobabilité :
probabilité = nombre d'issues qui réalisent l'événement ÷ nombre total d'issues

On écrit $P(A)$ pour « la probabilité de l'événement A ».

Méthode en trois étapes 1) Je compte toutes les issues possibles (le dénominateur).
2) Je compte celles qui réalisent l'événement (le numérateur). 3) J'écris la fraction, puis je la simplifie si je peux.

Voici une urne avec 4 billes rouges (R), 3 bleues (B) et 1 verte (V). On tire une bille au hasard, les billes étant identiques au toucher.



Exemple résolu Il y a $4 + 3 + 1 = 8$ billes, donc 8 issues. $P(\text{« tirer une bille rouge »}) = 4/8 = 1/2$. $P(\text{« tirer une bille bleue »}) = 3/8$. $P(\text{« tirer une bille verte »}) = 1/8$. $P(\text{« tirer une bille jaune »}) = 0/8 = 0$: il n'y en a pas, l'événement est impossible.

Attention au dénominateur Le dénominateur est le nombre de billes **au total**, pas le nombre de billes des autres couleurs. La probabilité de tirer une bille rouge n'est pas $4/4$ ni $4/3$.

5. Fraction, nombre décimal, pourcentage

Une probabilité s'écrit comme une fraction, mais aussi comme un nombre décimal ou un pourcentage.

Fraction	Nombre décimal	Pourcentage	Dans le langage
----------	----------------	-------------	-----------------

Fraction	Nombre décimal	Pourcentage	Dans le langage
1/2	0,5	50 %	une chance sur deux
1/4	0,25	25 %	une chance sur quatre
3/10	0,3	30 %	trois chances sur dix
1/5	0,2	20 %	une chance sur cinq
1	1	100 %	certain
0	0	0 %	impossible

Passer d'une écriture à l'autre Pour un dénominateur 10 ou 100, on lit directement : $7/10 = 0,7 = 70 \%$. Sinon, on cherche une fraction égale de dénominateur 100 : $3/20 = 15/100 = 0,15 = 15 \%$.

Exemple Dans un jeu de 25 cartes, 5 sont des cartes « bonus ». $P(\text{« bonus »}) = 5/25 = 1/5 = 0,2 = 20 \%$.

L'événement contraire Si un événement a pour probabilité $3/8$, alors « il ne se réalise pas » a pour probabilité $1 - 3/8 = 5/8$. Les deux probabilités s'ajoutent pour faire 1, car l'un des deux se produit forcément.

6. Plusieurs étapes : le tableau à double entrée

Quand on lance deux pièces, on peut recenser toutes les issues dans un tableau. Chaque case est une issue : on note d'abord le résultat de la pièce 1, puis celui de la pièce 2.

Pièce 1 \ Pièce 2	Pile	Face
Pile	(P ; P)	(P ; F)
Face	(F ; P)	(F ; F)

Lecture Il y a 4 issues, toutes aussi probables. $P(\text{« deux faces »}) = 1/4$. $P(\text{« une pile et une face »}) = 2/4 = 1/2$, car deux cases conviennent : (P ; F) et (F ; P).

Les deux pièces sont différentes (P ; F) et (F ; P) sont deux issues distinctes. Si tu les comptes pour une seule, tu trouveras 3 issues au lieu de 4 et ton résultat sera faux.

7. Fréquences : quand on répète l'expérience

Fréquence Si on répète une expérience un certain nombre de fois, la **fréquence** d'un résultat est le nombre de fois où il est apparu divisé par le nombre total d'essais.

Exemple On lance un dé 60 fois et le 6 sort 13 fois. La fréquence du 6 est $13/60 \approx 0,22$, soit environ 22 %. La probabilité théorique est $1/6 \approx 0,17$.

Ce que l'on observe Avec peu d'essais, la fréquence peut être assez éloignée de la probabilité. Plus on répète l'expérience, plus la fréquence **se rapproche** de la probabilité. Mais elle ne la prédit pas : même après trois « face » d'affilée, la pièce n'a pas plus de chances de donner « pile » au lancer suivant !

Mathbot, le robot-coach « Une probabilité parle de ce qui est *probable*, pas de ce qui va *forcément* arriver. Si tu fais l'expérience toi-même, mets en commun les résultats de toute la classe : la fréquence sera plus proche de la probabilité ! »

8. Résoudre un problème de probabilités

Démarche 1) Je décris l'expérience et je vérifie que les issues sont équiprobables. 2) Je compte les issues possibles. 3) Je repère l'événement demandé et je compte les issues qui le réalisent. 4) J'écris la probabilité sous forme de fraction simplifiée. 5) Je rédige une phrase réponse.

Exemple Dans un panier, il y a 6 pommes, 9 poires et 5 bananes. Léo prend un fruit les yeux fermés. Quelle est la probabilité qu'il prenne une poire ? — Il y a $6 + 9 + 5 = 20$ fruits. 9 sont des poires. $P(\text{« poire »}) = \frac{9}{20} = 0,45$. **Léo a 45 % de chances de prendre une poire.**

À retenir

- Une expérience aléatoire a des issues connues, mais on ne peut pas prévoir laquelle se produira.
- Un événement est un ensemble d'issues ; il est certain, impossible ou possible.
- Une probabilité est un nombre entre 0 et 1 : 0 pour l'impossible, 1 pour le certain.
- En situation d'équiprobabilité : probabilité = nombre d'issues favorables ÷ nombre total d'issues.
- On peut écrire une probabilité en fraction, en nombre décimal ou en pourcentage : $\frac{1}{4} = 0,25 = 25 \%$.
- Avec un grand nombre d'essais, la fréquence observée se rapproche de la probabilité.