

# Produit scalaire

## Corrigé du contrôle - 1ère

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

### 1 Calculs en coordonnées / 4 pts

- (1,5 pt)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 \times 2 + (-3) \times 5 = 8 - 15 = -7$  (0,5 pt) ;  $\|\vec{u}\| = \sqrt{16 + 9} = 5$  (0,5 pt) ;  $\|\vec{v}\| = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$  (0,5 pt).
- (1 pt)  $\cos \theta = -7 / (5\sqrt{29}) \approx -0,26$  (0,5 pt), donc  $\theta \approx \mathbf{105,1^\circ}$  (0,5 pt).
- (0,75 pt)  $\vec{w} \cdot \vec{u} = 4m - 18 = 0$  (0,5 pt), donc  $m = \mathbf{9/2}$  (0,25 pt).
- (0,75 pt)  $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 = 25 - 29 = \mathbf{-4}$ . Contrôle :  $(6 ; 2) \cdot (2 ; -8) = 12 - 16 = -4$  ✓.

### 2 Un triangle dans un repère / 4 pts

- (1,5 pt)  $A\hat{B}(6 ; 2) : AB^2 = 40$  ;  $A\hat{C}(2 ; 6) : AC^2 = 40$  ;  $B\hat{C}(-4 ; 4) : BC^2 = 32$  (1 pt).  $AB = AC = 2\sqrt{10}$  : le triangle est **isocèle en A** (0,5 pt). Il n'est pas équilatéral ( $BC = 4\sqrt{2} \neq 2\sqrt{10}$ ) ni rectangle ( $40 + 32 \neq 40$ ).
- (0,5 pt)  $6 \times 2 + 2 \times 6 = \mathbf{24}$ .
- (1 pt)  $\cos \hat{A} = \mathbf{24/40} = 0,6$  (0,5 pt) ;  $\hat{A} \approx \mathbf{53,1^\circ}$  (0,5 pt).
- (1 pt) Le triangle est isocèle en A, donc  $\hat{B} = \hat{C}$  (0,5 pt) et  $\hat{B} = (180 - \hat{A}) / 2 \approx \mathbf{63,4^\circ}$  (0,5 pt). Contrôle direct :  $B\hat{A} \cdot B\hat{C} = 24 - 8 = 16$ ,  $\cos \hat{B} = 16 / (\sqrt{40} \times \sqrt{32}) \approx 0,447$ ,  $\hat{B} \approx 63,4^\circ$  ✓.

### 3 Al-Kashi et médiane / 4 pts

- (1,5 pt)  $\cos \hat{A} = (AB^2 + AC^2 - BC^2) / (2 \times AB \times AC) = (64 + 25 - 49) / 80 = \mathbf{40/80} = \mathbf{1/2}$  (1 pt), donc  $\hat{A} = \mathbf{60^\circ}$  (0,5 pt).
- (1 pt) Aire =  $\mathbf{1/2} \times 8 \times 5 \times \sin 60^\circ = 20 \times \sqrt{3}/2 = \mathbf{10\sqrt{3} \approx 17,32}$  unités d'aire.
- (1,5 pt)  $AB^2 + AC^2 = 2 AI^2 + \mathbf{BC^2/2}$  (0,5 pt) donc  $89 = 2 AI^2 + 24,5$  (0,5 pt),  $AI^2 = 32,25$  et  $AI = \sqrt{\mathbf{32,25}} \approx \mathbf{5,68}$  (0,5 pt).

### 4 Droites et vecteurs normaux / 4 pts

- (1 pt)  $\vec{n}(1 ; 2)$  est normal à d (0,5 pt).  $5 + 0 - 4 = 1 \neq 0$  :  $P \notin d$  (0,5 pt).
- (1 pt)  $\vec{n}$  dirige  $\Delta$ , donc  $(2 ; -1)$ , orthogonal à  $\vec{n}$ , est normal à  $\Delta$  :  $2x - y + c = 0$  (0,5 pt). Avec P :  $10 + c = 0$ , d'où  $\mathbf{2x - y - 10 = 0}$  (0,5 pt).
- (1,25 pt) H est sur d et sur  $\Delta$  :  $y = 2x - 10$ , puis  $x + 2(2x - 10) - 4 = 0$ , soit  $5x = 24$ ,  $x = \mathbf{24/5}$  et  $y = \mathbf{48/5 - 10 = -2/5}$  (1 pt).  $\mathbf{H(4,8 ; -0,4)}$  (0,25 pt). Contrôle :

$$4,8 - 0,8 - 4 = 0 \checkmark.$$

- d. (0,75 pt)  $PH(-0,2 ; -0,4)$ ,  $PH^2 = 0,04 + 0,16 = 0,2$  (0,5 pt),  $PH = \sqrt{0,2} = \sqrt{5/5} \approx 0,45$  (0,25 pt).

## 5 Un cercle et sa tangente / 4 pts

- a. (1,5 pt)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$  (0,5 pt). Pour A :  $(2 + 2)^2 + (4 - 1)^2 = 16 + 9 = 25 \checkmark$  (1 pt).
- b. (1,5 pt)  $\Omega(4 ; 3)$  est normal à (T) (0,5 pt).  $4(x - 2) + 3(y - 4) = 0$  (0,5 pt), soit  $4x + 3y - 20 = 0$  (0,5 pt).
- c. (1 pt) Pour  $x = -2$  :  $(y - 1)^2 = 25$ , donc  $y = 6$  ou  $y = -4$ . Points  **$(-2 ; 6)$  et  $(-2 ; -4)$** .