

Produit scalaire et plans de l'espace

Contrôle de maths - Terminale

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Produit scalaire et orthogonalité / 4 pts

Durée du contrôle : 55 minutes, calculatrice autorisée pour la question c.

Dans un repère orthonormé, on donne $\mathbf{u}(2 ; 1 ; -2)$, $\mathbf{v}(1 ; 2 ; 3)$ et $\mathbf{w}(3 ; -2 ; 2)$.

- Calcule $\|\mathbf{u}\|$. (1 pt)
- $\mathbf{u}$ et $\mathbf{w}$ sont-ils orthogonaux ? Justifie. (1 pt)
- Calcule $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$, puis l'angle entre $\mathbf{u}$ et $\mathbf{v}$, arrondi au dixième de degré. (1 pt)
- Détermine t pour que $(t ; 1 ; -1)$ soit orthogonal à $\mathbf{u}$. (1 pt)

2 Plan par trois points / 3 pts

On donne $A(2 ; 1 ; 0)$, $B(1 ; 3 ; -1)$, $C(4 ; 0 ; 1)$.

- Détermine une équation cartésienne du plan (ABC). (2 pts)
- $D(3 ; 2 ; 0)$ appartient-il à (ABC) ? (1 pt)

3 Positions relatives / 3 pts

$P : 2x + y - z - 4 = 0$ et $Q : x - y + 2z + 1 = 0$.

- Montre que P et Q sont sécants. (1 pt)
- Donne une représentation paramétrique de leur intersection. (1,5 pt)
- Cette droite coupe le plan ($z = 0$) en quel point ? (0,5 pt)

4 Distance et projeté orthogonal / 4 pts

$A(1 ; -2 ; 4)$ et $P : 2x - y + 2z - 3 = 0$.

- Calcule la distance de A à P. (1,5 pt)
- Détermine les coordonnées du projeté orthogonal H de A sur P. (2 pts)
- En déduis le symétrique de A par rapport à P. (0,5 pt)

5 Tétraèdre et volume / 3 pts

$O(0 ; 0 ; 0)$, $A(1 ; 0 ; 0)$, $B(0 ; 2 ; 0)$, $C(0 ; 0 ; 3)$.

- Montre que $6x + 3y + 2z - 6 = 0$ est une équation de (ABC) . (1 pt)
- Calcule la distance de O à (ABC) . (0,5 pt)
- Calcule le volume de $OABC$, puis l'aire du triangle ABC . (1,5 pt)

6 Sphère et plan tangent / 3 pts

La sphère S a pour centre $\Omega(2 ; -1 ; 3)$ et pour rayon 4. $P : x - 2y + 2z + 2 = 0$.

- Montre que P est tangent à S . (1,5 pt)
- Détermine les coordonnées du point de contact. (1,5 pt)