

Puissances

Corrigé des exercices - 4ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Calculer des puissances ★★★

- a. $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$.
- b. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.
- c. $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$.
- d. $9^1 = 9$.
- e. $12^0 = 1$ (convention).
- f. $10^4 = 10\,000$.

2 Du produit à la puissance ★★★

- 1) a. 8^5 (5 facteurs). b. $(-2)^3$ (3 facteurs). c. $0,5^4$ (4 facteurs).
- 2) a. $7^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7$. b. $(-9)^3 = (-9) \times (-9) \times (-9)$.

3 Signe et valeur ★★★

- a. Base négative, exposant impair : négatif. $(-4)^3 = -64$.
- b. Base négative, exposant pair : positif. $(-4)^2 = 16$.
- c. Ici seul le 4 est élevé au carré : $-4^2 = -(4 \times 4) = -16$, négatif.
- d. Exposant impair : négatif. $(-1)^{25} = -1$.
- e. $(-5)^2 = 25$, puis le signe « - » devant : -25 , négatif.

4 Exposants négatifs ★★★

- a. $2^{-3} = (1) \div (2^3) = \mathbf{1/8}$.
- b. $5^{-2} = \mathbf{1/25}$.
- c. $3^{-1} = \mathbf{1/3}$.
- d. $4^{-2} = \mathbf{1/16}$.
- e. $(-2)^{-3} = (1) \div ((-2)^3) = (-1) \div 8 = \mathbf{-1/8}$.
- f. $10^{-2} = \mathbf{1/100} = 0,01$.

5 Puissances de 10 et écriture décimale ★★★

1) a. 1 000 000 a six zéros : 10^6 . b. 0,001 : le 1 est au troisième rang après la virgule : 10^{-3} . c. 0,000 01 = 10^{-5} . d. $10 = 10^1$. e. $1 = 10^0$.

2) a. 100 000. b. 0,000 1. c. 1. d. 0,1.

6 Vrai ou faux ? ★★★

- a. Faux : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, pas 2×3 .
- b. Faux : $3^2 = 9$ et $2^3 = 8$.
- c. Faux : $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$.
- d. Faux : $10^{-2} = \mathbf{1/100} = 0,01$, positif.
- e. Vrai : tout nombre non nul à la puissance 0 vaut 1.
- f. Vrai : $2^{-1} = \mathbf{1/2} = 0,5$.

7 Les bactéries ★★★

Toutes les 20 min, le nombre est multiplié par 2.

- a. 1 heure = 3 périodes de 20 minutes : $2^3 = 8$ bactéries.
- b. 3 heures = 9 périodes : 2^9 bactéries. $2^9 = 2^3 \times 2^3 \times 2^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$. Il y a 512 bactéries.

8 Une seule puissance ★★★

- a. Règle du produit : $3^{4+5} = 3^9$.
- b. Règle du quotient : $7^{8-3} = 7^5$.
- c. Puissance de puissance : $2^{3 \times 4} = 2^{12}$.
- d. $5^{-2+6} = 5^4$.
- e. $4^{3-7} = 4^{-4}$.
- f. $6^{(-1) \times 3} = 6^{-3}$.

9 Puissances de 10 ★★★

- a. $10^{7+(-3)} = 10^4$.
- b. $10^{-5-2} = 10^{-7}$.
- c. $10^{(-3) \times (-2)} = 10^6$.
- d. $10^{-6-(-8)} = 10^{-6+8} = 10^2$.
- e. $10 = 10^1$, donc $10^{1+(-5)} = 10^{-4}$.
- f. $10^{4+(-4)+9} = 10^9$.

10 Exposants manquants ★★★

- a. On cherche x avec $x + (-4) = 3$, donc $x = 7$.
- b. $5 - x = 8$ donne $x = -3$.
- c. $3 \times x = -12$ donne $x = -4$.
- d. $x + 6 = -1$ donne $x = -7$.

11 Expressions numériques ★★★

$$A = 3 + 2 \times 25 = 3 + 50 = 53.$$

$$B = (-2)^3 \times 2 = -8 \times 2 = -16.$$

$$C = 10 - 16 + 3 \times 8 = 10 - 16 + 24 = 18.$$

$$D = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ (ou } 0,75\text{)}.$$

12 Écriture décimale ★★★

- a. Virgule décalée de 3 rangs à droite : 4 700.
- b. Virgule décalée de 2 rangs à gauche : 0,005 3.
- c. Décalage de 4 rangs à gauche : 0,008 2.
- d. Décalage de 5 rangs à droite : 600.
- e. 1 250.
- f. 0,34.

13 Notation scientifique ★★★

- a. $5,2 \times 10^4$.
- b. $3,1 \times 10^{-4}$.
- c. $480 \times 10^5 = 4,8 \times 10^2 \times 10^5 = 4,8 \times 10^7$.
- d. $0,07 = 7 \times 10^{-2}$, donc $7 \times 10^{-2} \times 10^{-3} = 7 \times 10^{-5}$.
- e. $1,25 \times 10^9$.
- f. $36,5 = 3,65 \times 10$, donc $3,65 \times 10^{1-6} = 3,65 \times 10^{-5}$.

14 Comparaisons ★★★

- a. Exposants 5 et 4 : $3,2 \times 10^5 > 9,8 \times 10^4$.
- b. Exposants -3 et -2 ; $-3 < -2$ donc $7,1 \times 10^{-3} < 2,4 \times 10^{-2}$.
- c. Même exposant, $4,6 > 4,09$, donc le premier est plus grand.
- d. $0,52 \times 10^3 = 5,2 \times 10^2$. Exposants 2 et 1 : $5,2 \times 10^2 > 6,1 \times 10^1$.

15 Calculs en notation scientifique ★★★

$$A = 3 \times 2,5 \times 10^5 \times 10^{-2} = 7,5 \times 10^3.$$

$$B = 30 \times 10^{-7} = 3 \times 10^1 \times 10^{-7} = 3 \times 10^{-6}.$$

$$C = (8 \div 4) \times 10^{6-(-2)} = 2 \times 10^8.$$

$$D = (1,2 \div 3) \times 10^{-3-4} = 0,4 \times 10^{-7} = 4 \times 10^{-1} \times 10^{-7} = 4 \times 10^{-8}.$$

16 Le trajet de la lumière ★★★

Durée = distance $\div$ vitesse = $(1,5 \times 10^8) \div (3 \times 10^5) = 0,5 \times 10^3 = 5 \times 10^2 = 500$ secondes.

500 s = 8 $\times$ 60 s + 20 s. La lumière du Soleil met environ 8 minutes et 20 secondes pour arriver sur Terre.

17 Un virus très petit ★★★

$$\text{Nombre} = (10^{-2}) \div (1,2 \times 10^{-7}) = (1 \div 1,2) \times 10^{-2-(-7)} \approx 0,83 \times 10^5 \approx 8,3 \times 10^4.$$

Il faut environ 83 000 virus, soit 80 000 à la dizaine de milliers près. L'ordre de grandeur est 10^5 .

18 Ranger des nombres ★★★

Mettons tout en notation scientifique : $A = 4,5 \times 10^{-3}$; $B = 4,1 \times 10^{-3}$; $C = 3,9 \times 10^{-2}$; $D = 5,2 \times 10^2 \times 10^{-5} = 5,2 \times 10^{-3}$; $E = 5 \times 10^{-2} \times 10^{-1} = 5 \times 10^{-3}$.

Exposants : C est le seul à -2 , donc le plus grand. Les autres ont -3 : $4,1 < 4,5 < 5 < 5,2$.

Ordre croissant : $B < A < E < D < C$.

19 Démonstrations ★★★

$$1) 2^{10} + 2^{10} = 2 \times 2^{10} = 2^1 \times 2^{10} = 2^{11}.$$

$$2) 3 \times 3^5 = 3^{1+5} = 3^6.$$

$$3) 2^8 \times 5^8 = (2 \times 5)^8 = 10^8, \text{ donc le quotient vaut } (10^8) \div (10^6) = 10^2 = 100.$$

20 Mémoire d'ordinateur ★★★

- a. $1 \text{ Mo} = 2^{10} \times 2^{10} = 2^{20}$ octets.
- b. $3 \times 2^{20} = 3 \times 1\,048\,576 = 3\,145\,728$ octets.
- c. $2^4 \times 2^{30} = 2^{34} = 17\,179\,869\,184$ octets (à la calculatrice).

21 La chaîne de messages ★★★

- a. À l'étape k , il y a 3^k personnes. Étape 6 : $3^6 = 729$ personnes.
- b. $\text{Total} = 3^0 + 3^1 + \dots + 3^6 = 1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729 = 1\,093$ personnes.