

Puissances

Corrigé des exercices - 5ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Écrire sous forme de puissance ★★★

On compte le nombre de facteurs : c'est l'exposant.

- a. 3 facteurs égaux à 5 : 5^3 .
- b. 2 facteurs : 9^2 .
- c. 4 facteurs : $0,4^4$.
- d. 7 facteurs : 2^7 .
- e. 4 facteurs : 7^4 .

2 Du produit à la valeur ★★★

- a. $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 9 \times 9 = 81$.
- b. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 36 \times 6 = 216$.
- c. $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$.
- d. $11^2 = 11 \times 11 = 121$.
- e. $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$.
- f. $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$.

3 Vrai ou faux ? ★★★

- a. Faux : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (et non $2 \times 3 = 6$).
- b. Vrai : $5 \times 5 = 25$.
- c. Faux : $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ (et non $3 \times 4 = 12$).
- d. Vrai : $10 \times 10 \times 10 = 1\,000$.
- e. Faux : $4^2 = 4 \times 4 = 16$ (et non $4 \times 2 = 8$).
- f. Vrai : un produit de facteurs tous égaux à 1 vaut 1.

4 Les carrés à connaître ★★★

- a. $8^2 = 8 \times 8 = 64$.
- b. $12^2 = 144$.
- c. $9^2 = 81$.
- d. $15^2 = 15 \times 15 = 225$.

- e. $20^2 = 20 \times 20 = 400$.
- f. $7^2 = 49$, donc le nombre cherché est 7.
- g. $11^2 = 121$, donc le nombre cherché est 11.

5 Les cubes ★★★

- a. $1^3 = 1$.
- b. $2^3 = 8$.
- c. $3^3 = 27$.
- d. $4^3 = 64$.
- e. $5^3 = 125$.
- f. $10^3 = 1\,000$.

Pour le cube : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$; $7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$; $9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$. Les nombres cherchés sont donc **6, 7 et 9**.

6 Aires et volumes ★★★

- a. Aire = $7^2 = 7 \times 7 = 49 \text{ cm}^2$.
- b. Aire = $2,5^2 = 2,5 \times 2,5 = 6,25 \text{ m}^2$.
- c. Volume = $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3$.
- d. Volume = $3^3 = 27 \text{ dm}^3$.

Attention aux unités : cm^2 , m^2 pour les aires ; cm^3 , dm^3 pour les volumes.

7 Puissances de 10 ★★★

- a. $10^2 = 100$.
- b. $10^5 = 100\,000$ (cinq zéros).
- c. $10^7 = 10\,000\,000$ (sept zéros).
- d. $10^1 = 10$.

- a. 1 000 000 a six zéros : 10^6 .
- b. $100 = 10^2$.
- c. $10\,000 = 10^4$.
- d. $10 = 10^1$.

8 Priorités avec des puissances ★★★

- a. $3 + 2^4 = 3 + 16 = 19$.
- b. $5 \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$.
- c. $(5 \times 3)^2 = 15^2 = 225$.
- d. $2^3 + 3^2 = 8 + 9 = 17$.
- e. $20 - 2^3 = 20 - 8 = 12$.

f. $4 \times (1 + 2^2) = 4 \times (1 + 4) = 4 \times 5 = 20$.

On remarque que les questions b. et c. donnent des résultats très différents : les parenthèses changent tout.

9 Comparer des puissances ★★★

- a. $2^3 = 8$ et $3^2 = 9$: $2^3 < 3^2$.
- b. $4^2 = 16$ et $2^4 = 16$: elles sont égales.
- c. $5^2 = 25$ et $2^5 = 32$: $5^2 < 2^5$.
- d. $6^2 = 36$ et $3^4 = 81$: $6^2 < 3^4$.
- e. $10^2 = 100$ et $2^{10} = 1\,024$: $10^2 < 2^{10}$.

Échanger la base et l'exposant ne donne pas toujours le même résultat.

10 Chasse aux erreurs ★★★

- a. Faux : $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$. L'élève a calculé 2×4 .
- b. Faux : $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'élève a calculé 3×2 .
- c. Faux : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.
- d. Faux : $(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$. L'élève a calculé 6×2 .
- e. Faux : $2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$. L'élève a multiplié 2 par 3 avant de calculer la puissance.

11 Tableau de valeurs ★★★

x	1	2	3	4
x^2	1	4	9	16
$3x^2$	3	12	27	48
$(3x)^2$	9	36	81	144

Exemple pour $x = 4$: $3x^2 = 3 \times 16 = 48$ et $(3x)^2 = 12^2 = 144$.

12 Calculer une expression ★★★

- a. $A = 2 \times 3^2 - 5 = 2 \times 9 - 5 = 18 - 5 = 13$.
- b. $A = 2 \times 5^2 - 5 = 2 \times 25 - 5 = 50 - 5 = 45$.
- c. $B = 2^3 + 2 = 8 + 2 = 10$.
- d. $B = 3^3 + 3 = 27 + 3 = 30$.
- e. $C = 4 + 3 \times 0^2 = 4 + 3 \times 0 = 4$.

13 Décomposer avec des puissances de 10 ★★★

- a. $4\,506 = 4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 0 \times 10 + 6$.
- b. $3 \times 10^4 + 2 \times 10^2 + 5 = 30\,000 + 200 + 5 = 30\,205$.
- c. $6 \times 10^5 + 4 \times 10^3 = 600\,000 + 4\,000 = 604\,000$.
- d. $9 \times 10^2 + 1 \times 10 + 7 = 900 + 10 + 7 = 917$.

14 Multiplier par une puissance de 10 ★★★

- a. $4,7 \times 100 = 470$ (virgule décalée de 2 rangs).
- b. $0,35 \times 1\,000 = 350$.
- c. $12 \times 10\,000 = 120\,000$.
- d. $8,06 \times 100\,000 = 806\,000$.
- e. $2,5 \times 10 = 25$.

15 Le carrelage ★★★

- a. Aire = $6^2 = 36\text{ m}^2$.
- b. $6\text{ m} = 600\text{ cm}$ et $600 \div 30 = 20$: il y a 20 carreaux sur un côté.
- c. Le nombre total de carreaux est $20^2 = 20 \times 20 = 400$. Vérification : un carreau a pour aire $0,3^2 = 0,09\text{ m}^2$ et $36 \div 0,09 = 400$.

Réponse : il faut 400 carreaux.

16 Le grand cube ★★★

- a. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$ petits cubes.
- b. Le cube intérieur contient $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ petits cubes.
- c. Les cubes de la surface sont tous ceux qui ne sont pas dans le cube intérieur : $216 - 64 = 152$ petits cubes.

17 Énigmes ★★★

- a. $13^2 = 169$ donc je suis 13.
- b. $7^3 = 343$ donc je suis 7.
- c. Mon carré vaut $50 - 1 = 49$ et $7^2 = 49$: je suis 7.
- d. Mon cube vaut $54 + 10 = 64$ et $4^3 = 64$: je suis 4.

18 Expressions à parenthèses ★★★

- a. $C = 5^3 - 8 \times 3 = 125 - 24 = 101$.
- b. $D = 9 \times 8 - 5^2 = 72 - 25 = 47$.
- c. $E = 100 - (16 + 9) = 100 - 25 = 75$.

d. $F = 2 \times (9 + 16) - 25 = 2 \times 25 - 25 = 50 - 25 = 25$.

19 Le nénuphar ★★★

- a. Jour 1 : 2 ; jour 2 : 4 ; jour 3 : 8 m². Au 8^e jour : $2^8 = 256$ m².
- b. Le premier jour : $2^1 = 2$; le deuxième : $2^2 = 4$; le troisième : $2^3 = 8$. Le n -ième jour, la surface est 2^n m².
- c. Au 9^e jour : $2^9 = 512$ m², insuffisant. Au 10^e jour : $2^{10} = 1\,024$ m², donc supérieur à 1 000. Il faut **10 jours**.

20 La rumeur ★★★

- a. Étape 1 : 3 ; étape 2 : $3 \times 3 = 3^2 = 9$; étape 4 : $3^4 = 81$; étape 5 : $3^5 = 243$ personnes.
- b. En comptant Inès : $1 + 3 + 9 + 27 = 40$ personnes ($27 = 3^3$ apprennent la rumeur à l'étape 3).

21 Deux programmes de calcul ★★★

- a. $n = 2$: A : $2^3 - 2 = 8 - 2 = 6$; B : $1 \times 2 \times 3 = 6$. $n = 5$: A : $5^3 - 5 = 125 - 5 = 120$; B : $4 \times 5 \times 6 = 120$.
- b. $n = 1$: A : $1^3 - 1 = 0$; B : $0 \times 1 \times 2 = 0$.
- c. Les deux programmes donnent toujours le même résultat sur ces essais. Mais quelques essais ne prouvent pas que c'est vrai pour tous les nombres : on peut seulement *conjecturer* l'égalité (tu la démontreras plus tard avec le calcul littéral).

22 Somme de cubes ★★★

- a. $1 + 8 = 9$.
- b. $1 + 8 + 27 = 36$.
- c. $1 + 8 + 27 + 64 = 100$.
- d. $(1 + 2)^2 = 3^2 = 9$; $(1 + 2 + 3)^2 = 6^2 = 36$; $(1 + 2 + 3 + 4)^2 = 10^2 = 100$. Chaque somme de cubes est égale au carré de la somme des entiers correspondants : c'est une jolie régularité.