

Repérage et espace

Corrigé des exercices - 3ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Lire des coordonnées ★★★

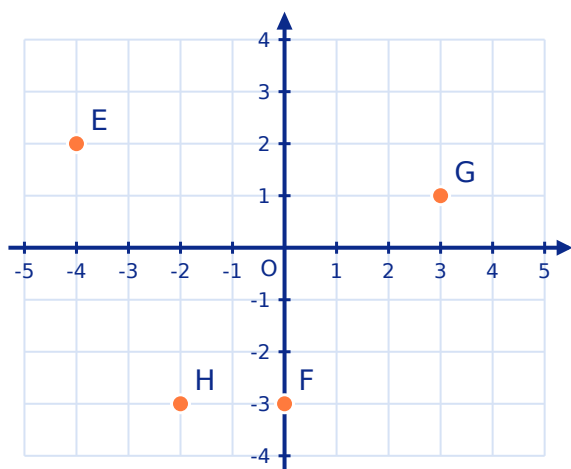
On lit l'abscisse sur l'axe horizontal puis l'ordonnée sur l'axe vertical :

A(2 ; 3), B(-3 ; 1), C(-2 ; -3), D(4 ; -2), E(-4 ; 0), F(0 ; -1).

E est sur l'axe des abscisses (ordonnée 0) et F sur l'axe des ordonnées (abscisse 0).

2 Placer des points ★★★

On part de l'origine : E à 4 vers la gauche puis 2 vers le haut ; F à 3 vers le bas ; G à 3 vers la droite et 1 vers le haut ; H à 2 vers la gauche et 3 vers le bas.



E : en haut à gauche. F : sur l'axe des ordonnées, en bas. G : en haut à droite. H : en bas à gauche.

3 Distances et milieu sur un axe ★★★

$AB = 5 - (-7) = 5 + 7 = 12$. $AC = -2,5 - (-7) = 4,5$, donc $AC = 4,5$. $BC = 5 - (-2,5) = 7,5$, donc $BC = 7,5$.

Milieu de $[AB]$: $(-7 + 5) \div 2 = -2 \div 2 = -1$. Vérification : -1 est à 6 de -7 et à 6 de 5.

4 Vrai ou faux ? ★★★

- a. Vrai : abscisse négative (à gauche) et ordonnée positive (en haut).
- b. Vrai : tous les points de l'axe vertical ont une abscisse nulle.
- c. Faux : l'ordre compte ; le premier est à droite et en bas, le second à gauche et en haut.
- d. Faux : son ordonnée est 0, il est sur l'axe des *abscisses*.
- e. Vrai : on va à gauche et en bas.

5 Milieux ★★★

- a. $((-2 + 6) \div 2 ; (5 + (-1)) \div 2) = (4 \div 2 ; 4 \div 2) = \mathbf{(2 ; 2)}$.
- b. $((-3 + 5) \div 2 ; (-4 + 2) \div 2) = (1 ; -1)$, soit $\mathbf{(1 ; -1)}$.
- c. $((0,5 + 2,5) \div 2 ; (3 + (-1)) \div 2) = (3 \div 2 ; 2 \div 2) = \mathbf{(1,5 ; 1)}$.

6 Latitude et longitude ★★★

- a. Le Cap : hémisphère Sud, Est. Lima : Sud, Ouest. Tokyo : Nord, Est. Chicago : Nord, Ouest.
- b. La plus proche de l'équateur est Lima (12° de latitude, c'est la plus petite). La plus à l'est est Tokyo (140° Est).
- c. La latitude de l'équateur est 0° , la longitude du méridien de Greenwich est 0° .

7 Échelle d'une carte ★★★

- a. $4,2 \times 50\,000 = 210\,000\text{ cm} = 2\,100\text{ m} = \mathbf{2,1\text{ km}}$.
- b. $3\text{ km} = 300\,000\text{ cm} ; 300\,000 \div 50\,000 = \mathbf{6\text{ cm}}$.
- c. $8,5\text{ km} = 850\,000\text{ cm} ; 850\,000 \div 50\,000 = \mathbf{17\text{ cm}}$.

8 Calculer des distances ★★★

- a. $AB^2 = (5 - 1)^2 + (5 - 2)^2 = 16 + 9 = 25$, donc $AB = \mathbf{5}$.
- b. $AB^2 = (4 - (-2))^2 + (-3 - 1)^2 = 36 + 16 = 52$, donc $AB = \sqrt{52} \approx \mathbf{7,2}$.
- c. $AB^2 = (2 - (-3))^2 + (11 - (-1))^2 = 25 + 144 = 169$, donc $AB = \mathbf{13}$.

9 Un triangle isocèle ? ★★★

- a. $AB^2 = (-3 - 0)^2 + (-1 - 4)^2 = 9 + 25 = 34 ; AC^2 = (3 - 0)^2 + (-1 - 4)^2 = 9 + 25 = 34 ; BC = 3 - (-3) = 6$ (même ordonnée).
- b. $AB^2 = AC^2$, donc $AB = AC = \sqrt{34}$: le triangle est **isocèle en A**. Il n'est pas rectangle : $34 + 34 = 68 \neq 36$.
- c. Périmètre = $2\sqrt{34} + 6 \approx 2 \times 5,83 + 6 \approx \mathbf{17,7}$ unités. Aire = base $\times$ hauteur $\div 2 = 6 \times 5 \div 2 = \mathbf{15}$ unités d'aire (la hauteur issue de A va de l'ordonnée 4 à l'ordonnée

-1, soit 5).

10 Un parallélogramme ★★★

- a. Milieu de [AC] : $((-2 + 4) \div 2 ; (1 + (-2)) \div 2) = (1 ; -0,5)$. Milieu de [BD] : $((3 + (-1)) \div 2 ; (2 + (-3)) \div 2) = (1 ; -0,5)$.
- b. Les diagonales ont le même milieu : ABCD est un **parallélogramme**.
- c. $AC^2 = 6^2 + (-3)^2 = 36 + 9 = 45$; $BD^2 = (-4)^2 + (-5)^2 = 16 + 25 = 41$. Les diagonales n'ont pas la même longueur, donc ABCD n'est **pas un rectangle**.

11 Trouver un symétrique ★★★

M est le milieu de [AB] : $x_B = 2 \times (-1) - 2 = -4$ et $y_B = 2 \times 4 - (-3) = 8 + 3 = 11$.
Donc **B(-4 ; 11)**.

Vérification : le milieu de [AB] est $((2 + (-4)) \div 2 ; (-3 + 11) \div 2) = (-1 ; 4) = M$. ✓

12 Sections d'un pavé ★★★

- a. La section est un **rectangle de 8 cm sur 5 cm** (même dimensions que la base).
Aire : $8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2$.
- b. C'est un **rectangle de 5 cm sur 6 cm**, d'aire $5 \times 6 = 30 \text{ cm}^2$.
- c. La section est encore un **rectangle** ; l'un de ses côtés mesure 8 cm (il est parallèle à l'arête).

13 Section d'un cône ★★★

- a. $k = 4 \div 12 = 1/3$.
- b. Rayon = $5 \times 1/3 = 5/3 \approx 1,7 \text{ cm}$. Aire = $\pi \times (5/3)^2 = 25\pi/9 \approx 8,7 \text{ cm}^2$.
- c. Grand cône : $1/3 \times \pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi \text{ cm}^3 (\approx 314,2)$. Petit cône : $100\pi \times k^3 = 100\pi \div 27 \approx 11,6 \text{ cm}^3$.

14 Section d'une boule ★★★

- a. La section est un **disque**.
- b. Dans le triangle rectangle OHM : $r^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$, donc $r = 12 \text{ cm}$.
Aire = $\pi \times 12^2 = 144\pi \approx 452,4 \text{ cm}^2$.
- c. Rayon 13 cm (grand cercle) ; aire = $169\pi \approx 530,9 \text{ cm}^2$.

15 Longueur d'un parallèle ★★★

Équateur : $2\pi \times 6\,370 \approx 40\,024 \text{ km}$.

Parallèle de latitude 60° : son rayon vaut $6\,370 \times \cos 60^\circ = 6\,370 \times 0,5 = 3\,185$ km. Sa longueur est $2\pi \times 3\,185 \approx \mathbf{20\,012\text{ km}}$.

Remarque : le parallèle à 60° N est environ **deux fois plus court** que l'équateur (puisque $\cos 60^\circ = 0,5$).

16 Pyramide coupée ★★★

- a. $k = 4 \div 10 = \mathbf{0,4}$.
- b. La section est un **carré** de côté $6 \times 0,4 = \mathbf{2,4\text{ cm}}$; aire = $2,4^2 = \mathbf{5,76\text{ cm}^2}$ (ou $36 \times 0,4^2 = 5,76$).
- c. Grande pyramide : $\mathbf{1/3} \times 36 \times 10 = \mathbf{120\text{ cm}^3}$. Petite pyramide : $120 \times 0,4^3 = 120 \times 0,064 = \mathbf{7,68\text{ cm}^3}$.

17 Une maquette à l'échelle ★★★

- a. $3,2\text{ m} = 320\text{ cm}$; $320 \div 20 = \mathbf{16\text{ cm}}$.
- b. Le volume est multiplié par $20^3 = 8\,000$: $0,5 \times 8\,000 = \mathbf{4\,000\text{ L}}$.
- c. L'aire est multipliée par $20^2 = 400$: $150 \times 400 = 60\,000\text{ cm}^2 = \mathbf{6\text{ m}^2}$.

18 Triangle rectangle ? ★★★

$$KL^2 = (-1 + 5)^2 + (-1 - 2)^2 = 16 + 9 = 25. \quad LM^2 = (2 + 1)^2 + (3 + 1)^2 = 9 + 16 = 25. \\ KM^2 = (2 + 5)^2 + (3 - 2)^2 = 49 + 1 = 50.$$

$KL^2 = LM^2$, donc $KL = LM = 5$: le triangle est isocèle en L. De plus $KL^2 + LM^2 = 25 + 25 = 50 = KM^2$: d'après la réciproque du théorème de Pythagore, il est **rectangle en L**.

$$\text{Aire} = KL \times LM \div 2 = 5 \times 5 \div 2 = \mathbf{12,5\text{ unités d'aire}}.$$

19 Points sur un cercle ★★★

Un point M est sur le cercle si $\Omega M = 5$, donc $\Omega M^2 = 25$.

$\Omega A^2 = 3^2 + 4^2 = 25$: A est sur le cercle. $\Omega B^2 = (-4)^2 + 3^2 = 25$: B est sur le cercle. $\Omega D^2 = 5^2 + 2^2 = 29 \neq 25$: D n'est **pas** sur le cercle. $\Omega E^2 = (-3)^2 + (-4)^2 = 25$: E est sur le cercle.

Le milieu de [AE] est $((4 + (-2)) \div 2 ; (3 + (-5)) \div 2) = (1 ; -1) = \Omega$. Comme A et E sont sur le cercle et que Ω est le milieu de [AE], **[AE] est un diamètre** ($AE = 10$).

20 Un rectangle sans le tracer ★★★

Milieu de [AC] : (1 ; 0,5). Milieu de [BD] : (1 ; 0,5). Les diagonales ont le même milieu : ABCD est un parallélogramme.

$AC^2 = 8^2 + 1^2 = 65$ et $BD^2 = 4^2 + (-7)^2 = 16 + 49 = 65$. Les diagonales ont la même longueur : le parallélogramme est un **rectangle**.

$AB^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ et $BC^2 = 6^2 + (-3)^2 = 45$. Deux côtés consécutifs sont différents : ce n'est **pas un carré**.

21 Tronc de pyramide ★★★

- a. Distance au sommet : $12 - 9 = 3$ cm. $k = 3 \div 12 = \mathbf{1/4}$.
- b. Côté : $8 \times \mathbf{1/4} = \mathbf{2}$ cm ; aire = $\mathbf{4}$ cm².
- c. Grande pyramide : $\mathbf{1/3} \times 64 \times 12 = \mathbf{256}$ cm³. Petite : $256 \times (\mathbf{1/4})^3 = 256 \div 64 = \mathbf{4}$ cm³ (contrôle : $\mathbf{1/3} \times 4 \times 3 = 4$). Tronc : $256 - 4 = \mathbf{252}$ cm³.

22 Distances sur le globe ★★★

- a. P et Q ont la même longitude (2° E) : elles sont sur le **même méridien**, de part et d'autre de l'équateur.
- b. L'angle entre elles vaut $49^\circ + 33^\circ = 82^\circ$. Longueur = $\mathbf{82/360} \times 2\pi \times 6\,370 \approx \mathbf{9\,117}$ km.
- c. Rayon du parallèle : $6\,370 \times \cos 45^\circ \approx \mathbf{4\,504}$ km. Longueur : $2\pi \times 4\,504 \approx \mathbf{28\,301}$ km.

23 Agrandir une boule ★★★

- a. $k = 7,5 \div 3 = \mathbf{2,5}$.
- b. Petite aire : $4\pi \times 3^2 = 36\pi$. Grande aire : $36\pi \times 2,5^2 = 36\pi \times 6,25 = 225\pi \approx \mathbf{706,9}$ cm².
- c. Petit volume : $\mathbf{4/3} \times \pi \times 27 = 36\pi$. Grand volume : $36\pi \times 2,5^3 = 36\pi \times 15,625 = 562,5\pi \approx \mathbf{1\,767,1}$ cm³.

24 Surfaces sur une carte ★★★

- a. 1 cm sur la carte = 250 m. $1 \text{ cm}^2 = 250 \times 250 = 62\,500 \text{ m}^2 = \mathbf{6,25}$ ha.
- b. $12 \times 6,25 = \mathbf{75}$ ha.
- c. $20 \div 6,25 = \mathbf{3,2}$ cm².