

Représentation de l'espace

Cours de maths - 5ème

Dans ce chapitre, tu apprends à **reconnaître et décrire des solides** (prismes droits et cylindres), à les **dessiner en perspective cavalière**, à fabriquer leur **patron**, puis à calculer leur **volume** et à convertir les unités de volume et de capacité. Chaque partie se termine par une méthode ou un exemple à retenir.

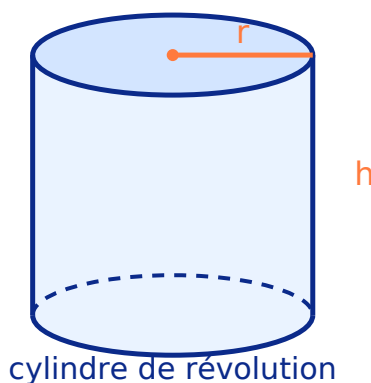
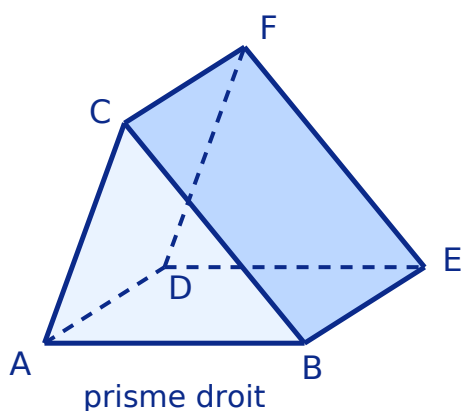
0. Ce que tu dois déjà savoir

Rappels de 6ème Le volume d'un pavé droit est $L \times l \times h$ (dimensions dans la même unité) ; le volume d'un cube de côté c est $c \times c \times c$. Le périmètre d'un cercle de rayon r est $2 \times \pi \times r$ et l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r \times r$. Un cm^3 est le volume d'un cube de 1 cm d'arête.

1. Les solides : prismes droits et cylindres

Prisme droit Un prisme droit est un solide qui a **deux bases** : deux polygones identiques placés dans des plans parallèles. Les autres faces, appelées **faces latérales**, sont toutes des **rectangles**. La **hauteur** du prisme est la longueur d'une arête latérale, perpendiculaire aux bases.

Cylindre de révolution Un cylindre de révolution est un solide qui a **deux bases** : deux disques identiques de même rayon r , dans des plans parallèles. Sa surface latérale est courbe. Sa **hauteur** h est la distance entre les deux disques.



À gauche, un prisme droit dont les bases sont des triangles ; à droite, un cylindre de révolution de rayon r et de hauteur h .

Cas particuliers Le **pavé droit** (ou parallélépipède rectangle) est un prisme droit dont

les bases sont des rectangles ; le **cube** est un pavé droit dont toutes les arêtes ont la même longueur.

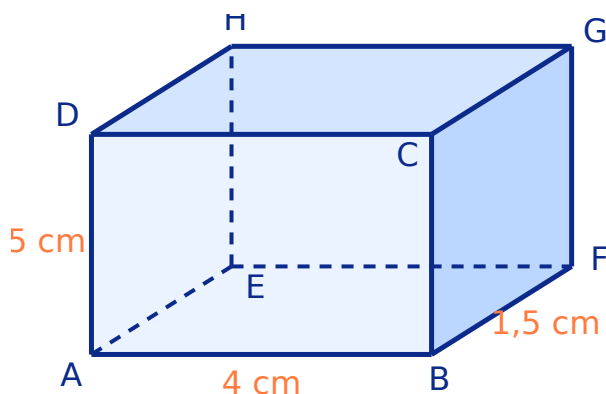
Solide	Bases	Faces	Arêtes	Sommets
Pavé droit	2 rectangles	6	12	8
Prisme droit à base triangulaire	2 triangles	5	9	6
Prisme droit à base pentagonale	2 pentagones	7	15	10
Cylindre de révolution	2 disques	3 (2 plates, 1 courbe)	0 arête droite	0

Compter les faces, arêtes et sommets d'un prisme Si la base a n côtés, le prisme a $n + 2$ faces (n rectangles et 2 bases), $3 \times n$ arêtes (n sur chaque base et n arêtes latérales) et $2 \times n$ sommets.

2. La perspective cavalière

Perspective cavalière La perspective cavalière est une technique de dessin qui permet de représenter un solide de l'espace sur une feuille plane. Une face (en général celle de devant) est dessinée **en vraie grandeur**, et les arêtes qui partent vers l'arrière, appelées **fuyantes**, sont tracées en oblique.

Règles à respecter 1) Les arêtes parallèles dans le solide sont dessinées par des segments **parallèles**. 2) Les arêtes de même longueur et parallèles restent de même longueur sur le dessin. 3) Les arêtes **cachées** sont tracées en **pointillés**. 4) Les arêtes fuyantes sont raccourcies (par exemple de moitié), donc **les longueurs ne sont pas toutes conservées**.



Le pavé ABCDEFGH : la face ABCD est en vraie grandeur (rectangle). Les arêtes [AE], [EF] et [EH] sont cachées, donc en pointillés.

Dessiner un pavé droit en perspective cavalière 1) Trace la face avant : un rectangle en vraie grandeur. 2) Choisis la direction et la longueur des fuyantes, puis

Fiche en ligne : maths-facile.eu/representation-de-l-espace-cours-5eme/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur

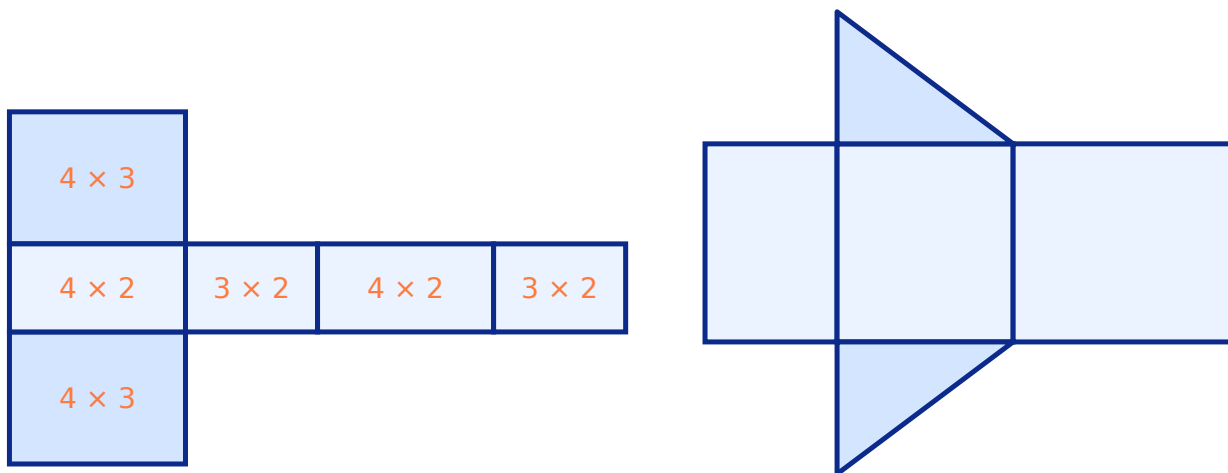
trace-les à partir de trois sommets (en haut à gauche, en haut à droite, en bas à droite), toutes parallèles et de même longueur. 3) Relie leurs extrémités pour dessiner la face arrière. 4) Repasse en pointillés les trois arêtes qui sont cachées.

Piège Sur le dessin, la face de dessus et la face de droite ressemblent à des parallélogrammes, alors que ce sont des rectangles dans la réalité. Les angles droits ne sont conservés que sur la face dessinée en vraie grandeur.

3. Les patrons

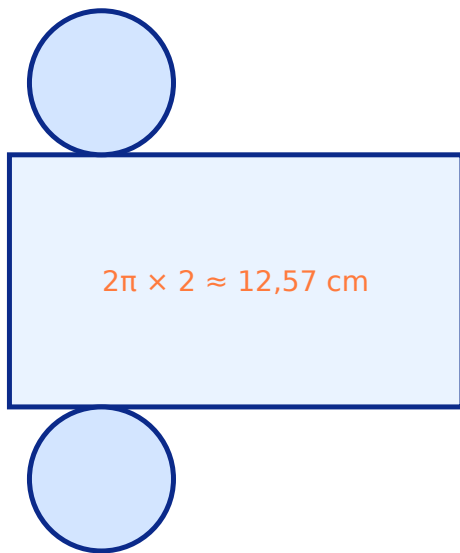
Patron Un patron d'un solide est une figure plane qui, une fois découpée et pliée, permet de reconstituer ce solide. Un même solide peut avoir **plusieurs patrons différents**.

Voici un patron de pavé droit (4 cm sur 3 cm sur 2 cm) et un patron de prisme droit à base triangulaire (triangle de côtés 3, 4 et 5 cm, hauteur 4,5 cm, dessiné à l'échelle 1/2) :



Dans un patron de prisme droit, on trouve les deux bases et, collés les uns à côté des autres, autant de rectangles que la base a de côtés.

Patron d'un cylindre de révolution Un patron de cylindre contient **deux disques** identiques et **un rectangle**. La largeur de ce rectangle est la hauteur h du cylindre. Sa longueur est égale au **périmètre d'un disque de base** : $2 \times \pi \times r$.



Exemple Un cylindre a pour rayon 2 cm et pour hauteur 7 cm. Le rectangle du patron mesure 7 cm de large et $2 \times \pi \times 2 = 4\pi \approx \mathbf{12,57 \text{ cm}}$ de long. Chaque disque a pour rayon 2 cm.

Reconnaître un patron Vérifie trois choses : le bon nombre de faces, des rectangles dont les côtés ont les bonnes longueurs (ceux qui se touchent doivent avoir un côté commun de même longueur), et aucune face qui se chevauche quand on plie.

4. Aires : disque et faces latérales

Aire d'un disque et périmètre d'un cercle Pour un disque de rayon r : aire = $\pi \times r \times r = \pi \times r^2$ et périmètre = $2 \times \pi \times r$.

Aire latérale L'aire latérale d'un solide est la somme des aires de ses faces sans les bases. Pour un **prisme droit** : aire latérale = périmètre de la base $\times$ hauteur. Pour un **cylindre** : aire latérale = $2 \times \pi \times r \times h$ (c'est l'aire du rectangle du patron).

Exemple Prisme droit de hauteur 8 cm dont la base est un rectangle de 5 cm sur 3 cm : périmètre de la base = $2 \times (5 + 3) = 16 \text{ cm}$, donc aire latérale = $16 \times 8 = \mathbf{128 \text{ cm}^2}$. Aire totale = $128 + 2 \times (5 \times 3) = 128 + 30 = \mathbf{158 \text{ cm}^2}$.

5. Volume d'un prisme droit

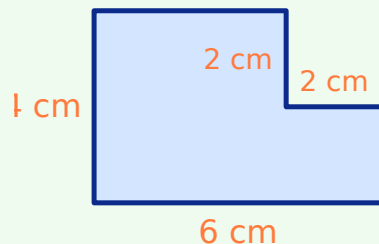
Volume d'un prisme droit Le volume d'un prisme droit est égal à l'**aire d'une base multipliée par la hauteur** : $V = \text{aire de la base} \times h$. Aire et hauteur doivent être exprimées dans la même unité de longueur (cm^2 avec cm, m^2 avec m...).

Calculer le volume d'un prisme droit 1) Repère la base et sa forme. 2) Calcule l'aire de la base. 3) Repère la hauteur du prisme (l'arête qui joint les deux bases). 4)

Multiplie, et écris l'unité (cm³, m³...).

Exemple 1 : le pavé Pavé de 7 cm sur 4 cm sur 3 cm : aire de la base = $7 \times 4 = 28$ cm², hauteur 3 cm, donc $V = 28 \times 3 = 84$ cm³.

Exemple 2 : base triangulaire La base est un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 4 cm : son aire est $6 \times 4 \div 2 = 12$ cm². Si la hauteur du prisme est 10 cm, $V = 12 \times 10 = 120$ cm³.



Exemple 3 : base en L Le L est un rectangle de 6 cm sur 4 cm auquel on a retiré un carré de 2 cm de côté : aire = $6 \times 4 - 2 \times 2 = 24 - 4 = 20$ cm². Pour une hauteur de 9 cm, $V = 20 \times 9 = 180$ cm³.

6. Volume d'un cylindre de révolution

Volume d'un cylindre La base est un disque d'aire $\pi \times r^2$. Le volume d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donc $V = \pi \times r \times r \times h$.

Exemple Cylindre de rayon 4 cm et de hauteur 9 cm : $V = \pi \times 4 \times 4 \times 9 = 144\pi$ cm³ (valeur exacte) $\approx 452,39$ cm³ (arrondi au centième).

Pièges Ne confonds pas le **rayon** et le **diamètre** : si on te donne un diamètre de 10 cm, le rayon est 5 cm. Dans la formule, le rayon est multiplié par lui-même ($r \times r$), pas par 2.

Calculatrice Utilise la touche π de ta calculatrice, et n'arrondis qu'à la toute fin du calcul. Tu peux aussi donner le résultat exact sous la forme 144π .

7. Unités de volume et de capacité

Unités de volume 1 cm³ est le volume d'un cube de 1 cm d'arête. De même 1 dm³ = 1 dm $\times$ 1 dm $\times$ 1 dm = 10 cm $\times$ 10 cm $\times$ 10 cm = **1 000 cm³**, et 1 m³ = 10 dm $\times$ 10 dm $\times$ 10 dm = **1 000 dm³**.

Convertir des unités de volume Quand on passe à l'unité **immédiatement plus**

Fiche en ligne : maths-facile.eu/representation-de-l-espace-cours-5eme/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur

petite (m^3 vers dm^3 , dm^3 vers cm^3 ...), on **multiplie par 1 000** ; vers l'unité immédiatement plus grande, on **divise par 1 000**. Avec un tableau, chaque unité occupe **trois colonnes**.

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
			3	0	0	0

Un tableau de volumes : chaque unité occupe trois colonnes dans l'écriture décimale. Ici $3 \text{ m}^3 = 3\,000 \text{ dm}^3$.

Exemples $2,4 \text{ dm}^3 = 2,4 \times 1\,000 = 2\,400 \text{ cm}^3$ · $5\,600 \text{ mm}^3 = 5,6 \text{ cm}^3$ · $0,008 \text{ m}^3 = 8 \text{ dm}^3$ · $1 \text{ cm}^3 = \mathbf{1/1000} \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ dm}^3$.

Capacité et litre Le litre (L) mesure la contenance d'un récipient. **1 L = 1 dm^3** , donc 1 mL = 1 cm^3 et 1 m^3 = 1 000 L. Pour les capacités, chaque unité vaut 10 fois la suivante : 1 L = 10 dL = 100 cL = 1 000 mL.

kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
			2	5	0	

Dans ce tableau de capacités, chaque unité occupe une seule colonne. Ici $2,5 \text{ L} = 25 \text{ dL} = 250 \text{ cL}$.

Passer d'un volume à une capacité Convertis le volume en dm^3 puis écris-le en L (1 dm^3 = 1 L), ou convertis-le en cm^3 puis écris-le en mL (1 cm^3 = 1 mL).
Exemple : $3\,500 \text{ cm}^3 = 3,5 \text{ dm}^3 = \mathbf{3,5 \text{ L}} = 3\,500 \text{ mL}$.

8. Résoudre un problème de volume

Méthode en 5 étapes 1) Fais un schéma et place les données. 2) Identifie le solide (pavé, prisme, cylindre). 3) Convertis toutes les longueurs dans la même unité. 4) Calcule l'aire de la base, puis le volume. 5) Convertis si on te le demande (en litres par exemple) et écris une phrase réponse.

Exemple : un aquarium Un aquarium est un pavé droit de 60 cm de long, 30 cm de large et 40 cm de haut. Son volume est $60 \times 30 \times 40 = 72\,000 \text{ cm}^3 = 72 \text{ dm}^3$, c'est-à-dire **72 L**. Rempli aux **3/4**, il contient **3/4** de $72 = 54 \text{ L}$ d'eau.

Mathbot Mathbot te conseille : « Avant de calculer un volume, écris toujours les unités de chaque donnée. Une erreur de conversion est plus fréquente qu'une erreur de calcul ! »

À retenir

- Un **prisme droit** a deux bases identiques et des faces latérales rectangulaires ; un

cylindre a deux bases qui sont des disques.

- Prisme à base de n côtés : $n + 2$ faces, $3n$ arêtes, $2n$ sommets.
- En **perspective cavalière** : parallélisme conservé, arêtes cachées en pointillés, longueurs non conservées sur les fuyantes.
- Le **patron** d'un cylindre : deux disques et un rectangle de longueur $2 \times \pi \times r$ et de largeur h .
- Volume d'un prisme droit : **$V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$** ; cylindre : **$V = \pi \times r \times r \times h$** .
- Aire latérale d'un prisme droit : périmètre de la base $\times h$; d'un cylindre : $2 \times \pi \times r \times h$.
- $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$; $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$; **$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$** ; $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$.
- On exprime toutes les longueurs dans la **même unité** avant de calculer, et on n'arrondit qu'à la fin.