

Statistiques

Cours de maths - 4ème

Dans ce chapitre, tu apprends à **organiser des données**, à calculer des **effectifs et des fréquences**, à les représenter par des **diagrammes** et des **histogrammes**, puis à résumer une série avec sa **moyenne** (simple ou pondérée), sa **médiane** et son **étendue**. Chaque partie se termine par une méthode à retenir.

Rappels de 5ème Tu sais déjà lire un tableau, calculer un pourcentage et la moyenne de quelques notes. Tu connais aussi les diagrammes en barres et circulaires. En 4ème, on va plus loin : on traite des séries plus longues, on regroupe en classes et on cherche à **comparer** deux séries à l'aide de nombres bien choisis.

1. Vocabulaire des statistiques

Population, individu, caractère Une étude statistique porte sur une **population** (un ensemble d'**individus** : des personnes, des objets, des jours...). On étudie un **caractère** : une propriété observée sur chaque individu. Les différentes réponses possibles sont les **valeurs** du caractère.

- Un caractère est **qualitatif** quand ses valeurs ne sont pas des nombres (sport préféré, couleur des yeux).
- Un caractère est **quantitatif** quand ses valeurs sont des nombres (nombre de frères et sœurs, taille en cm, note sur 20).

Effectif L'**effectif** d'une valeur est le nombre d'individus qui ont cette valeur. L'**effectif total** est le nombre d'individus de la population : c'est la somme de tous les effectifs.

Exemple On interroge les 40 élèves de deux classes de 4ème sur leur sport préféré. La population est formée des 40 élèves ; le caractère est « sport préféré » (qualitatif).

Sport	Football	Basket	Natation	Danse	Judo	Total
Effectif	14	8	6	7	5	40

Ici, l'effectif du basket est 8 et l'effectif total est 40.

Piège Un nombre peut cacher un caractère qualitatif : un numéro de maillot ou un code postal est écrit avec des chiffres, mais on ne fait pas de moyenne dessus. Demande-toi toujours : « Cela a-t-il un sens de calculer une moyenne ? »

2. Effectifs et fréquences

Fréquence La **fréquence** d'une valeur est le quotient de son effectif par l'effectif total :

fréquence = **effectif de la valeur**/effectif total.

On l'écrit sous forme de fraction, de nombre décimal ou de pourcentage.

Exemple Pour le football : fréquence = **14/40** = **7/20** = 0,35 = **35 %**. Pour la danse : **7/40** = 0,175 = **17,5 %**.

Propriétés • Une fréquence est toujours comprise entre 0 et 1 (entre 0 % et 100 %).

• La somme de toutes les fréquences d'une série est égale à 1 (c'est-à-dire 100 %).

• Les effectifs et les fréquences sont **proportionnels** : on peut passer des uns aux autres par un tableau de proportionnalité.

Un tableau complet On a demandé à 25 élèves combien ils ont de frères et sœurs.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	Total
Effectif	5	10	6	3	1	25
Fréquence (en %)	20	40	24	12	4	100

Calcul : $5 \div 25 = 0,20$; $10 \div 25 = 0,40$; $6 \div 25 = 0,24$; $3 \div 25 = 0,12$; $1 \div 25 = 0,04$.

La somme $20 + 40 + 24 + 12 + 4$ fait bien 100.

Calculer une fréquence 1. Repère l'effectif de la valeur et l'effectif total.

2. Divise : effectif ÷ effectif total.

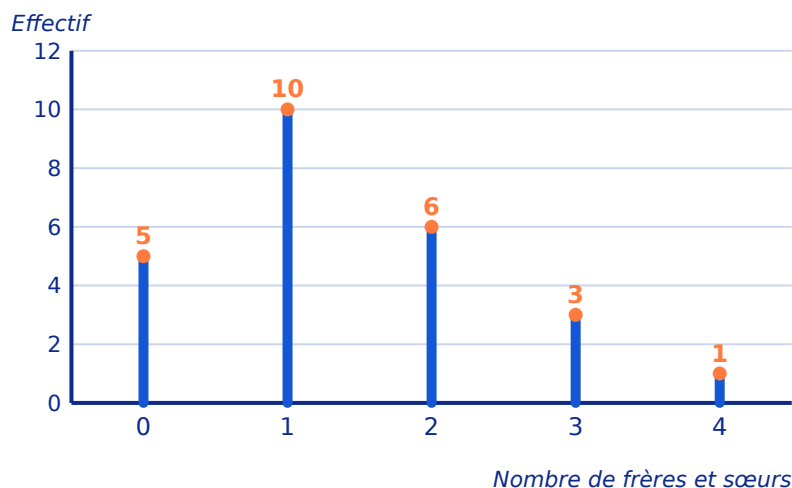
3. Multiplie par 100 si tu veux un pourcentage.

4. Vérifie que la somme des fréquences fait 100 % (ou 1).

Pour retrouver un effectif à partir d'une fréquence : effectif = fréquence × effectif total.

3. Diagrammes en bâtons et en barres

Quand le caractère est une quantité qui prend peu de valeurs, on trace un **diagramme en bâtons** : un bâton par valeur, dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif (ou à la fréquence). Pour un caractère qualitatif, on utilise un **diagramme en barres**, avec des barres de même largeur.



Nombre de frères et sœurs des 25 élèves : le bâton le plus haut (effectif 10) correspond à la valeur 1.

Construire un diagramme en bâtons 1. Trace deux axes : les valeurs en horizontal, les effectifs en vertical.

2. Choisis une échelle régulière sur l'axe vertical (ici 1 carreau = 2 élèves).

3. Pour chaque valeur, trace un bâton dont la hauteur est l'effectif.

4. Donne un titre et nomme les axes.

Piège Si l'axe vertical ne commence pas à 0, les bâtons ne sont plus proportionnels aux effectifs et le graphique trompe le lecteur. Commence toujours à 0.

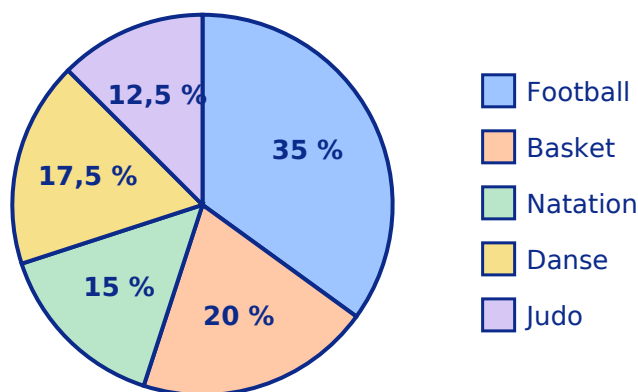
4. Diagramme circulaire

Dans un **diagramme circulaire**, chaque valeur est représentée par un secteur dont l'angle est proportionnel à l'effectif. Le disque complet mesure 360° .

Angle d'un secteur $\text{angle} = \text{fréquence} \times 360^\circ = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 360^\circ$.

Sport	Football	Basket	Natation	Danse	Judo
Effectif	14	8	6	7	5
Fréquence	35 %	20 %	15 %	17,5 %	12,5 %
Angle	126°	72°	54°	63°	45°

Vérification : $126 + 72 + 54 + 63 + 45 = 360$. Voici le diagramme :



Astuce Un secteur d'angle 90° représente un quart (25 %), un secteur de 180° la moitié (50 %). Le diagramme circulaire montre bien la **part** de chaque valeur, mais il est peu précis pour lire des effectifs : un diagramme en barres est meilleur pour comparer.

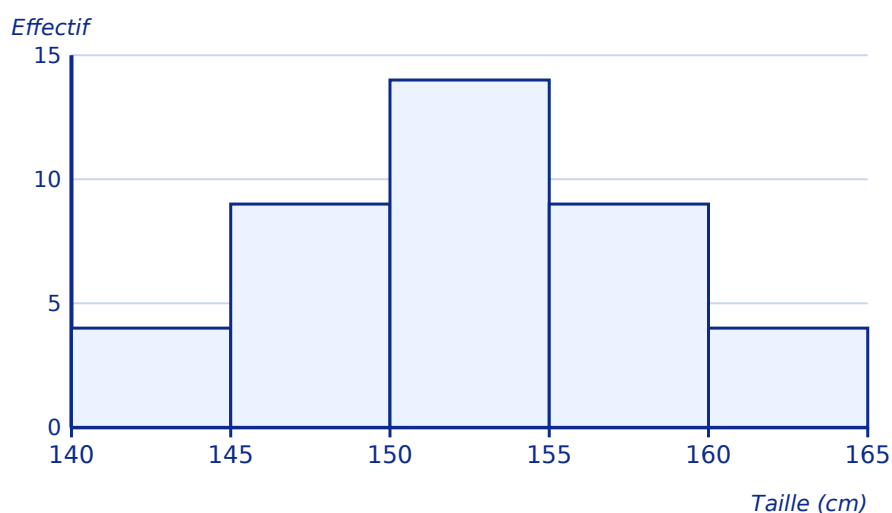
5. Regrouper en classes : l'histogramme

Quand les valeurs sont très nombreuses ou continues (tailles, durées, masses), on les **regroupe en classes** de même amplitude. La classe $[150 ; 155[$ contient les valeurs supérieures ou égales à 150 et strictement inférieures à 155. Son **amplitude** est $155 - 150 = 5$.

Exemple Tailles de 40 élèves, en cm :

Taille	$[140 ; 145[$	$[145 ; 150[$	$[150 ; 155[$	$[155 ; 160[$	$[160 ; 165[$
Effectif	4	9	14	9	4

On les représente par un **histogramme** : des rectangles collés les uns aux autres, dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif (les classes ont la même amplitude).



La classe la plus haute, [150 ; 155[, est la **classe modale** : c'est celle qui a le plus grand effectif (14).

Estimer une moyenne avec des classes On ne connaît plus les valeurs exactes. On remplace chaque classe par son **centre** (le milieu de la classe) et on calcule une moyenne pondérée. Le résultat est une **estimation**.
Centres : 142,5 ; 147,5 ; 152,5 ; 157,5 ; 162,5.

Estimation : $(142,5 \times 4 + 147,5 \times 9 + 152,5 \times 14 + 157,5 \times 9 + 162,5 \times 4) \div 40 = 6100 \div 40 = \mathbf{152,5 \text{ cm}}$.

6. La moyenne

Moyenne simple La **moyenne** d'une série de valeurs est le quotient de la somme des valeurs par le nombre de valeurs :
moyenne = **somme des valeurs/nombre de valeurs**.

Exemple Températures de 5 jours : 14 ; 17 ; 12 ; 15 ; 17 (en °C). Somme : $14 + 17 + 12 + 15 + 17 = 75$. Moyenne : $75 \div 5 = \mathbf{15 \text{ °C}}$.

Moyenne pondérée Quand une valeur est répétée, on ne l'écrit pas plusieurs fois : on la multiplie par son **effectif** (son « poids »). La moyenne est alors **somme de (valeur × effectif)/effectif total**.
C'est aussi le calcul avec des **coefficients** : chaque note compte plus ou moins selon son coefficient.

Avec les effectifs Pour les frères et sœurs des 25 élèves : $(0 \times 5 + 1 \times 10 + 2 \times 6 + 3 \times 3 + 4 \times 1) \div 25 = (0 + 10 + 12 + 9 + 4) \div 25 = 35 \div 25 = \mathbf{1,4}$. En moyenne, un élève a 1,4 frère ou sœur (ce nombre n'est pas forcément une valeur de la série !).

Avec les coefficients Marc a 14 en maths (coefficient 4), 11 en français (coefficient 3), 16 en histoire (coefficient 2) et 18 en sport (coefficient 1). Moyenne : $(14 \times 4 + 11 \times 3 + 16 \times 2 + 18 \times 1) \div (4 + 3 + 2 + 1) = (56 + 33 + 32 + 18) \div 10 = 139 \div 10 = \mathbf{13,9}$.

Propriétés de la moyenne • La moyenne est toujours comprise entre la plus petite et la plus grande valeur.

- Si l'on ajoute à toutes les valeurs un même nombre, la moyenne augmente de ce nombre.
- La moyenne dépend de **toutes** les valeurs : une valeur très grande ou très petite la modifie beaucoup.
- Somme des valeurs = moyenne × nombre de valeurs (utile pour retrouver une valeur manquante).

Piège Pour une moyenne pondérée, on divise par la somme des effectifs (ou des coefficients), pas par le nombre de lignes du tableau. Et on ne fait pas la moyenne des
fiche en ligne : maths-facile.eu/statistiques-cours-4eme/ · Cours, exercices et contrôles corrigés sur maths-facile.eu ·

moyennes sans tenir compte des effectifs de chaque groupe.

7. La médiane

Médiane La **médiane** d'une série est un nombre qui partage la série, rangée dans l'ordre croissant, en deux parties de même effectif : au moins la moitié des valeurs sont inférieures ou égales à la médiane, et au moins la moitié lui sont supérieures ou égales.

Trouver la médiane

1. Range les valeurs dans l'ordre croissant (en répétant les valeurs qui apparaissent plusieurs fois).
2. Compte les valeurs : N .
3. Si N est **impair**, la médiane est la valeur du milieu, de rang $(N + 1) \div 2$.
4. Si N est **pair**, la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales, de rangs $N \div 2$ et $N \div 2 + 1$.

Effectif impair Série : 12 ; 7 ; 15 ; 9 ; 11 ; 8 ; 20. Rangée : 7 ; 8 ; 9 ; 11 ; 12 ; 15 ; 20. Il y a 7 valeurs : la médiane est la 4ème, soit **11**.

Effectif pair Notes : 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 9 ; 14. Rangées : 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 15. Il y a 6 valeurs : la médiane est la moyenne de la 3ème et de la 4ème : $(10 + 12) \div 2 = 11$. Ici, la médiane n'est pas une valeur de la série.

Avec un tableau d'effectifs Pour les 25 élèves, il y a 25 valeurs : la médiane est la 13ème. Les effectifs cumulés sont 5 (valeur 0), puis 15 (valeur 1). La 13ème valeur est donc un 1 : la médiane est **1**.

Astuce La médiane est peu sensible aux valeurs extrêmes. Si un élève de la classe avait 12 frères et sœurs, la moyenne bondirait mais la médiane resterait presque la même.

8. L'étendue et la comparaison de séries

Étendue L'**étendue** d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur. Elle mesure la **dispersion** : plus elle est grande, plus les valeurs sont éparpillées.

Exemple Pour la série des températures 14 ; 17 ; 12 ; 15 ; 17 : étendue = $17 - 12 = 5$ °C. Pour les frères et sœurs : étendue = $4 - 0 = 4$.

Pour comparer deux séries, on regarde une valeur « centrale » (moyenne ou médiane) **et** la dispersion (étendue).

Comparer Deux archers tirent 5 flèches. Archer A : 6 ; 7 ; 7 ; 8 ; 7 (moyenne 7,

étendue 2). Archer B : 2 ; 10 ; 7 ; 4 ; 12 (moyenne 7, étendue 10). Même moyenne, mais A est beaucoup plus régulier que B.

Mathbot te conseille « Une seule valeur ne dit jamais tout ! Regarde la moyenne, la médiane et l'étendue ensemble : ils racontent l'histoire complète de la série. »

À retenir

- Un caractère est qualitatif (pas de nombres) ou quantitatif (des nombres).
- Fréquence = effectif $\div$ effectif total ; la somme des fréquences vaut 1 (100 %).
- Angle d'un secteur = fréquence $\times$ 360°.
- Diagramme en bâtons ou en barres pour les valeurs ; histogramme pour des classes de même amplitude.
- Moyenne = somme des valeurs $\div$ nombre de valeurs ; moyenne pondérée = somme de (valeur $\times$ effectif) $\div$ effectif total.
- Médiane : on range, on coupe en deux (valeur du milieu, ou moyenne des deux valeurs centrales).
- Étendue = plus grande valeur – plus petite valeur.
- Pour comparer deux séries : moyenne ou médiane, et étendue.