

Statistiques

Cours de maths - 5ème

Combien de frères et sœurs ont les élèves de ta classe ? Quel est le moyen de transport préféré pour venir au collège ? Pour répondre, on **collecte des données**, on les **organise** dans un tableau, on les **résume** avec quelques nombres (fréquence, moyenne, étendue) et on les **dessine** avec des diagrammes. C'est ce que font les statisticiens, et tu vas apprendre à le faire toi aussi.

1. Le vocabulaire des statistiques

Population, caractère, valeurs La **population** est l'ensemble des personnes ou des objets que l'on étudie. Le **caractère** est ce que l'on observe ou mesure sur chacun d'eux. Les différentes réponses possibles sont les **valeurs** du caractère. Les données recueillies forment une **série statistique**.

Caractère quantitatif ou qualitatif Un caractère est **quantitatif** quand ses valeurs sont des nombres (âge, taille, nombre de frères et sœurs...). Il est **qualitatif** quand ses valeurs sont des mots (sport pratiqué, couleur des yeux, mode de transport...).

Exemple On interroge les 25 élèves d'une classe de 5ème sur leur nombre de frères et sœurs. La population est « les 25 élèves de la classe ». Le caractère est « le nombre de frères et sœurs » : il est quantitatif. Ses valeurs sont 0, 1, 2, 3 et 4.

Effectif L'**effectif** d'une valeur est le nombre de fois où cette valeur apparaît dans la série. L'**effectif total** est le nombre total de données : c'est la somme de tous les effectifs.

2. Organiser les données dans un tableau

Quand on a beaucoup de données, on les range dans un **tableau d'effectifs** : on compte chaque valeur une seule fois. Voici les réponses de la classe de 25 élèves :

Frères et sœurs	0	1	2	3	4	Total
Effectif	6	9	7	2	1	25

Dresser un tableau d'effectifs 1) On repère toutes les valeurs différentes et on les écrit dans l'ordre croissant. 2) On relit la liste de données en barrant chaque donnée comptée (ou en traçant un petit trait à chaque fois). 3) On écrit l'effectif de chaque

valeur. 4) **On vérifie** que la somme des effectifs est égale au nombre de données.

Tableau à double entrée Un tableau à **double entrée** classe les données selon **deux critères** en même temps : un critère par ligne et un par colonne. Les totaux se lisent en bout de lignes et de colonnes.

Activité	Filles	Garçons	Total
Natation	12	8	20
Judo	5	11	16
Tennis	9	7	16
Total	26	26	52

Dans ce club de 52 adhérents, 11 garçons font du judo et il y a 26 filles en tout. Le total des totaux (52) se retrouve en bas à droite, que l'on additionne les lignes ou les colonnes.

3. La fréquence

Fréquence La **fréquence** d'une valeur est le quotient de son effectif par l'effectif total : $\text{fréquence} = \text{effectif de la valeur} \div \text{effectif total}$. On l'écrit sous forme de fraction, de nombre décimal ou de **pourcentage**.

Exemple Dans la classe de 25 élèves, 9 élèves ont exactement 1 frère ou sœur. La fréquence de la valeur 1 est $9/25 = 0,36 = 36 \%$. (Pour passer en pourcentage, on peut écrire $9/25 = 36/100$.)

Frères et sœurs	0	1	2	3	4	Total
Effectif	6	9	7	2	1	25
Fréquence (décimal)	0,24	0,36	0,28	0,08	0,04	1
Fréquence (%)	24 %	36 %	28 %	8 %	4 %	100 %

À savoir Une fréquence est toujours comprise entre 0 et 1 (entre 0 % et 100 %). **La somme de toutes les fréquences vaut 1** (soit 100 %). C'est un excellent moyen de vérifier ses calculs.

Astuce Pour passer d'une fréquence décimale à un pourcentage, on multiplie par 100 : $0,28 = 28 \%$. Et quand on arrondit, par exemple $1/3 \approx 0,33 \approx 33 \%$, la somme des pourcentages peut valoir 99 % ou 101 % : ce n'est pas une erreur.

4. La moyenne

Moyenne La **moyenne** d'une série de nombres est le quotient de la **somme de toutes les valeurs** par l'**effectif total**. Elle indique la valeur « au milieu » de la série :

c'est un indicateur de position.

Exemple Relevé des températures de 7 jours consécutifs : 12 °C ; 15 °C ; 11 °C ; 14 °C ; 18 °C ; 17 °C ; 11 °C.

Somme : $12 + 15 + 11 + 14 + 18 + 17 + 11 = 98$. Il y a 7 valeurs.

Moyenne : $98 \div 7 = 14$ °C.

Calculer une moyenne avec un tableau d'effectifs Chaque valeur est comptée autant de fois que son effectif. On multiplie donc chaque valeur par son effectif, on additionne, puis on divise par l'effectif total.

Pour les frères et sœurs : somme = $0 \times 6 + 1 \times 9 + 2 \times 7 + 3 \times 2 + 4 \times 1 = 0 + 9 + 14 + 6 + 4 = 33$; moyenne = $33 \div 25 = 1,32$.

Piège La moyenne n'est pas forcément une valeur de la série, ni même un nombre possible : personne n'a 1,32 frère ou sœur ! Et ne divise jamais par le nombre de *valeurs différentes* (ici 5) mais par l'effectif total (ici 25).

La moyenne est sensible aux valeurs extrêmes Une seule valeur très grande ou très petite peut tirer la moyenne vers le haut ou vers le bas. Avec les notes 12 ; 13 ; 14 ; 13 la moyenne vaut 13, mais avec 12 ; 13 ; 14 ; 1 elle tombe à 10.

5. L'étendue

Étendue L'**étendue** d'une série est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite : étendue = valeur maximale – valeur minimale. Elle mesure la **dispersion** de la série.

Exemple Pour les températures de la partie précédente : maximum 18 °C, minimum 11 °C, donc étendue = $18 - 11 = 7$ °C.

La moyenne et l'étendue se complètent. Deux séries peuvent avoir la même moyenne mais des étendues très différentes : l'une est alors très groupée autour de la moyenne, l'autre très dispersée.

Exemple de comparaison Série A : 9 ; 10 ; 11 ; 10 (moyenne 10, étendue 2). Série B : 2 ; 18 ; 10 ; 10 (moyenne 10, étendue 16). Même moyenne, mais B est bien plus dispersée.

6. Le diagramme en bâtons

Un **diagramme en bâtons** représente une série dont le caractère est quantitatif. Sous chaque valeur, on dessine un bâton dont la **hauteur est proportionnelle à l'effectif**.

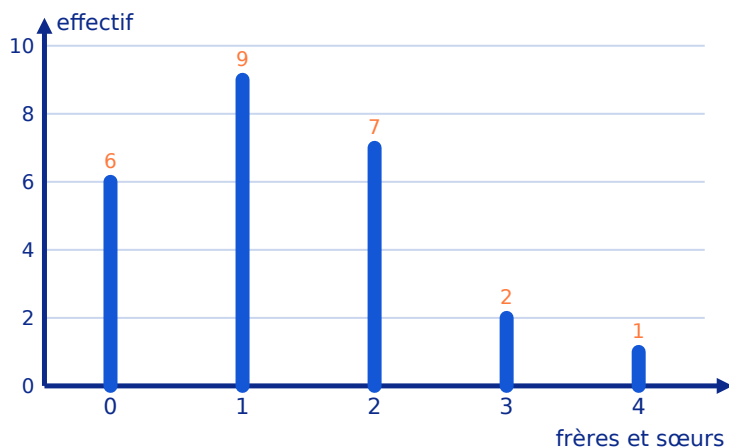


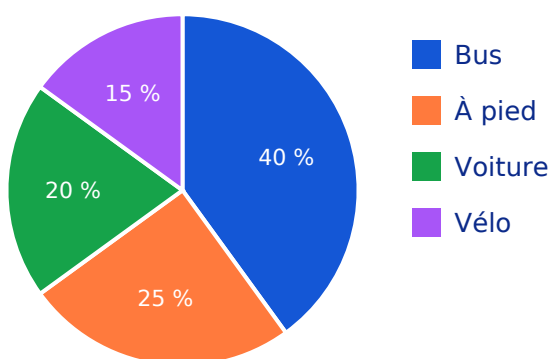
Diagramme en bâtons du nombre de frères et sœurs dans la classe. Le bâton le plus haut (effectif 9) correspond à la valeur 1.

Construire un diagramme en bâtons 1) Trace deux axes et note ce qu'ils représentent. 2) Gradue l'axe vertical régulièrement (par exemple de 2 en 2). 3) Place les valeurs régulièrement espacées sur l'axe horizontal. 4) Trace un bâton par valeur, de la hauteur de son effectif. 5) Ajoute un titre.

7. Le diagramme circulaire

Diagramme circulaire Un **diagramme circulaire** est un disque partagé en **secteurs**. Chaque secteur représente une valeur ; la mesure de son angle est **proportionnelle** à l'effectif (donc à la fréquence). Le disque entier correspond à 360° . Un **diagramme semi-circulaire** utilise un demi-disque : 180° .

Voici le mode de transport des 40 élèves d'une autre classe :



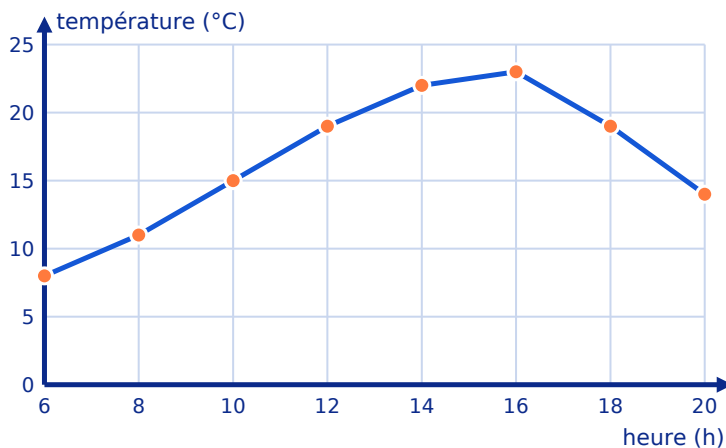
Transport	Bus	À pied	Voiture	Vélo	Total
Effectif	16	10	8	6	40
Fréquence	40 %	25 %	20 %	15 %	100 %
Angle (°)	144	90	72	54	360

Calculer l'angle d'un secteur Angle = fréquence $\times 360^\circ$. Pour le bus : $16/40 \times 360 = 0,4 \times 360 = 144^\circ$. Comme le total vaut 40, on peut aussi multiplier chaque effectif par $360 \div 40 = 9$: $16 \times 9 = 144$. Le tableau est un tableau de proportionnalité. On vérifie toujours que la somme des angles fait **360°** (ici $144 + 90 + 72 + 54 = 360$).

Tracer le diagramme Trace un cercle, puis un rayon. Avec le rapporteur, trace le premier angle, puis le deuxième à partir de la fin du premier, etc. Colorie chaque secteur d'une couleur et complète la légende.

8. Le diagramme cartésien et le bon choix de graphique

Diagramme cartésien Un **diagramme cartésien** représente l'évolution d'une grandeur en fonction d'une autre, par exemple une température au cours du temps. Chaque information est un point repéré par ses **coordonnées** (x ; y) : l'**abscisse** x se lit sur l'axe horizontal, l'**ordonnée** y sur l'axe vertical. On relie souvent les points pour voir l'évolution.



Température mesurée toutes les deux heures. À 14 h, le point a pour coordonnées (14 ; 22) : il fait 22 °C. La température monte jusqu'à 16 h (23 °C), puis redescend.

Quel graphique choisir ? • **Bâtons** : comparer des effectifs de valeurs numériques. • **Circulaire** : montrer la répartition d'un tout en parts. • **Cartésien** : suivre une évolution (temps, distance...).

Lire un graphique avec esprit critique Regarde toujours les graduations des axes : si l'axe vertical ne commence pas à 0, les différences paraissent bien plus grandes qu'elles ne le sont. Dans un diagramme circulaire en pourcentages, **deux secteurs de même pourcentage** ne représentent pas le même nombre de personnes si les totaux sont différents : 25 % de 200 élèves, c'est 50 ; 25 % de 800 élèves, c'est 200.

Mathbot, le robot-coach « Avant de calculer, demande-toi toujours : qui est la population ? quel est le caractère ? Cela évite la moitié des erreurs ! »

À retenir

- La **population** est ce qu'on étudie, le **caractère** ce qu'on observe (quantitatif ou qualitatif).
- L'**effectif total** est la somme des effectifs ; la **fréquence** = $\text{effectif} \div \text{effectif total}$, et la somme des fréquences vaut 1 (100 %).
- **Moyenne** = $\text{somme des valeurs} \div \text{effectif total}$ (avec un tableau : on multiplie chaque valeur par son effectif).
- **Étendue** = plus grande valeur – plus petite valeur.
- **Diagramme en bâtons** : hauteur proportionnelle à l'effectif.
- **Diagramme circulaire** : $\text{angle} = \text{fréquence} \times 360^\circ$; la somme des angles vaut 360° .
- **Diagramme cartésien** : points de coordonnées (abscisse ; ordonnée) pour lire une évolution.
- On contrôle toujours les axes et les totaux d'un graphique avant de conclure.