

Suites numériques

Corrigé du contrôle - 1ère

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Calculer des termes / 3 pts

- a. $u_0 = 0$; $u_1 = 2 - 5 = -3$; $u_2 = 8 - 10 = -2$; $u_3 = 18 - 15 = 3$ (1,5 pt : 0,5 par terme non trivial, 0,5 pour u_0).
- b. $v_1 = 4 - 1 = 3$; $v_2 = 9 - 1 = 8$; $v_3 = 64 - 1 = 63$ (1,5 pt : 0,5 par terme).

Barème : 3 points.

2 Une suite arithmétique / 4 pts

- a. $u_{10} = u_4 + 6r$ donc $-6 = 18 + 6r$ et $r = -4$ (1 pt). Alors $u_0 = 18 + 16 = 34$ et $u_n = 34 - 4n$ (0,5 pt).
- b. La raison -4 est négative : la suite est strictement décroissante (0,5 pt).
- c. $34 - 4n < 0 \Leftrightarrow n > 8,5$. Le premier rang est $n = 9$ ($u_9 = -2$ et $u_8 = 2$) (1 pt).
- d. $u_{20} = 34 - 80 = -46$; 21 termes ; somme = $21 \times \frac{34 + (-46)}{2} = 21 \times (-6) = -126$ (1 pt).

Barème : 4 points.

3 Un lac de poissons / 4 pts

- a. Une baisse de 6 % multiplie par 0,94 : $P_{n+1} = 0,94P_n$. La suite est **géométrique de raison 0,94**, de premier terme 2 400 : $P_n = 2\,400 \times 0,94^n$ (1,5 pt).
- b. Premier terme positif et raison entre 0 et 1 : strictement décroissante (0,5 pt).
- c. $P_5 = 2\,400 \times 0,94^5 \approx \mathbf{1761}$ poissons (1 pt).

```
d. def rang():
    p = 2400
    n = 0
    while p >= 1200:
        p = 0.94 * p
        n = n + 1
    return n
```

Le programme renvoie **12** : $P_{11} \approx 1215 \geq 1\,200$ et $P_{12} \approx 1142 < 1\,200$ (1 pt).

Barème : 4 points.

4 Sommes de termes / 3 pts

- a. Raison 3, 8 termes : $1-3^8/1-3 = 1-6561/-2 = 3\ 280$ (1,5 pt).
b. 7 termes, premier terme 5, raison -2 : $5 \times 1-(-2)^7/1-(-2) = 5 \times 1+128/3 = 5 \times 43 = 215$. Vérification : $5 - 10 + 20 - 40 + 80 - 160 + 320 = 215$ (1,5 pt).

Barème : 3 points.

5 Sens de variation / 4 pts

- a. $u_{n+1} = 3(n+1)/n+3$. $u_{n+1} - u_n = 3(n+1)(n+2)-3n(n+3)/(n+2)(n+3)$; le numérateur vaut $3(n^2 + 3n + 2) - 3(n^2 + 3n) = 6$ (1,5 pt). Il est strictement positif, comme le dénominateur : la suite est **strictement croissante** (0,5 pt).
b. $w_{n+1} - w_n = 2n - 6$ (1 pt). Négative pour $n \leq 2$, nulle pour $n = 3$, positive pour $n \geq 4$: la suite décroît puis croît, elle n'est **pas monotone** (0,5 pt). Les termes sont $0 ; -6 ; -10 ; -12 ; -12 ; -10 ; \dots$: le plus petit vaut **-12** (0,5 pt).

Barème : 4 points.

6 Lire un programme / 2 pts

- a. $u : 3 \rightarrow 7 \rightarrow 15 \rightarrow 31 \rightarrow 63$. $f()$ renvoie **63** (1 pt).
b. Il calcule le terme u_4 de la suite définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n + 1$ (1 pt).

Barème : 2 points.