

Suites numériques

Corrigé des exercices - 1ère

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Calculer des termes (formule explicite) ★★★

- a. $u_0 = -3$; $u_1 = 1$; $u_2 = 5$; $u_3 = 9$.
- b. $v_0 = 1$; $v_1 = -2$; $v_2 = 4$; $v_3 = -8$ (les signes alternent).
- c. $w_0 = 12/2 = 6$; $w_1 = 12/3 = 4$; $w_2 = 12/4 = 3$; $w_3 = 12/5 = 2,4$.

Enfin $u_{25} = 4 \times 25 - 3 = 97$.

2 Calculer des termes (récurrence) ★★★

- a. $v_1 = 3 \times 5 - 4 = 11$; $v_2 = 3 \times 11 - 4 = 29$; $v_3 = 3 \times 29 - 4 = 83$; $v_4 = 3 \times 83 - 4 = 245$.
- b. $w_1 = 32 + 4 = 36$; $w_2 = 18 + 4 = 22$; $w_3 = 11 + 4 = 15$; $w_4 = 7,5 + 4 = 11,5$.

3 Arithmétique ou non ? ★★★

- a. $u_{n+1} - u_n = 5(n+1) + 2 - 5n - 2 = 5$: constante, donc **arithmétique de raison 5**.
- b. $v_1 - v_0 = 2 - 1 = 1$ et $v_2 - v_1 = 5 - 2 = 3$: différences différentes, donc **non arithmétique**.
- c. $w_{n+1} = w_n + (-4)$: **arithmétique de raison -4**.
- d. $t_0 = 3$, $t_1 = 6$, $t_2 = 12$: $t_1 - t_0 = 3$ et $t_2 - t_1 = 6$, donc **non arithmétique** (elle est géométrique de raison 2).

4 Géométrie ou non ? ★★★

- a. $10 \div 5 = 20 \div 10 = 40 \div 20 = 2$: géométrique de raison **2**.
- b. $27 \div 81 = 1/3$, $9 \div 27 = 1/3$, $3 \div 9 = 1/3$: géométrique de raison **1/3**.
- c. $u_{n+1} = (-2) \times u_n$: géométrique de raison **-2** ; les termes sont 3 ; -6 ; 12 ; -24 ; ...
- d. On ajoute 3 à chaque fois, mais $5 \div 2 \neq 8 \div 5$: **non géométrique** (elle est arithmétique de raison 3).

5 Terme général d'une suite arithmétique ★★★

- a. $u_n = 7 + 4n$. Donc $u_{25} = 7 + 100 = \mathbf{107}$. Pour $u_n = 87 : 7 + 4n = 87, 4n = 80, n = \mathbf{20}$.
- b. Le premier terme est au rang 1 : $v_n = v_1 + (n - 1) \times 3 = -5 + 3n - 3 = \mathbf{3n - 8}$.
Donc $v_{10} = 30 - 8 = \mathbf{22}$.

6 Terme général d'une suite géométrique ★★★

- a. $u_n = 2 \times 3^n$, donc $u_5 = 2 \times 243 = \mathbf{486}$.
- b. $v_n = 500 \times 0,8^n$, donc $v_3 = 500 \times 0,512 = \mathbf{256}$.

7 Sens de variation par la différence ★★★

- a. $u_{n+1} - u_n = 2(n + 1)^2 + 3(n + 1) - 2n^2 - 3n = 2(2n + 1) + 3 = 4n + 5 > 0$: **strictement croissante**.
- b. $v_{n+1} - v_n = 10 - 3(n + 1) - 10 + 3n = -3 < 0$: **strictement décroissante**.
- c. $w_{n+1} - w_n = -(n + 1)^2 + n^2 = -2n - 1 < 0$: **strictement décroissante**.

8 Lire un nuage de points ★★★

- a. On lit $u_0 = 8, u_1 = 6$ et $u_2 \approx 4,5$.
- b. Les points descendent : la suite semble **décroissante** (c'est une conjecture, pas une preuve).
- c. $6/8 = 0,75$ et $4,5/6 = 0,75$: on propose $q = 0,75$, donc $u_n = 8 \times 0,75^n$ et $u_7 = 8 \times 0,75^7 \approx \mathbf{1,07}$.

9 Une salle de sport ★★★

- a. On ajoute 25 € chaque mois : (u_n) est **arithmétique de raison 25**, avec $u_0 = 40$.
Donc $u_n = 40 + 25n$.
- b. $u_{18} = 40 + 450 = \mathbf{490 \text{ €}}$.
- c. On résout $40 + 25n \leq 600$, soit $25n \leq 560, n \leq 22,4$. Comme n est entier : $u_{22} = 590 \leq 600$ et $u_{23} = 615 > 600$. On peut s'abonner **22 mois**.

10 Retrouver une suite arithmétique ★★★

Du rang 3 au rang 8, on ajoute 5 fois la raison : $u_8 = u_3 + 5r$, donc $-4 = 11 + 5r$ et $r = \mathbf{-15/5 = -3}$.

$u_0 = u_3 - 3r = 11 + 9 = \mathbf{20}$, donc $u_n = 20 - 3n$. Vérification : $u_8 = 20 - 24 = -4 \checkmark$.

Enfin $u_{20} = 20 - 60 = \mathbf{-40}$.

11 Retrouver une suite géométrique ★★★

$v_5 = v_2 \times q^3$, donc $q^3 = 96/12 = 8$. Comme $q > 0$, $q = 2$.

$v_0 = v_2/q^2 = 12/4 = 3$, donc $v_n = 3 \times 2^n$. Alors $v_8 = 3 \times 256 = 768$.

12 Sommes de termes arithmétiques ★★★

a. $60 \times 61/2 = 30 \times 61 = 1830$.

b. Raison 3, $u_k = 5 + 3k$; $5 + 3k = 62$ donne $k = 19$, soit 20 termes. Somme = $20 \times 5 + 62/2 = 10 \times 67 = 670$.

c. Les multiples sont $7 \times 1, 7 \times 2, \dots, 7 \times 100$: 100 termes. Somme = $7 \times (1 + 2 + \dots + 100) = 7 \times 5050 = 35\,350$.

13 Sommes de termes géométriques ★★★

a. Raison 3 et 9 termes (de la puissance 0 à la puissance 8) : $1 - 3^9/1 - 3 = 1 - 19683/-2 = -19682/-2 = 9841$.

b. Premier terme 4, raison 0,5, 7 termes : $4 \times 1 - 0,5^7/1 - 0,5 = 4 \times 1 - 0,0078125/0,5 = 8 \times 0,9921875 = 7,9375$.

14 Coefficients multiplicateurs et population ★★★

a. $1 + 12/100 = 1,12$; $1 - 35/100 = 0,65$; $1 + 4,5/100 = 1,045$; $1 - 0,5/100 = 0,995$.

b. (P_n) est géométrique de raison 1,025 et de premier terme 8 000 : $P_n = 8\,000 \times 1,025^n$. Donc $P_6 = 8\,000 \times 1,025^6 \approx 9278$ habitants.

15 Variation des suites géométriques ★★★

a. Premier terme $-4 < 0$ et raison $1,5 > 1$: la suite est **strictement décroissante** (-4 ; -6 ; -9 ; ...).

b. Premier terme $3 > 0$ et raison 0,4 entre 0 et 1 : la suite est **strictement décroissante**.

c. Raison négative : $w_0 = 2, w_1 = -1, w_2 = 0,5$: les termes changent de signe, la suite n'est **ni croissante ni décroissante**.

16 Une suite auxiliaire ★★★

a. $u_1 = 2 \times 3 - 1 = 5$; $u_2 = 2 \times 5 - 1 = 9$; $u_3 = 2 \times 9 - 1 = 17$.

b. $v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = 2u_n - 2 = 2(u_n - 1) = 2v_n$. Donc (v_n) est **géométrique de raison 2**, avec $v_0 = u_0 - 1 = 2$.

c. $v_n = 2 \times 2^n = 2^{n+1}$, donc $u_n = v_n + 1 = 2^{n+1} + 1$. Ainsi $u_4 = 2^5 + 1 = 33$ (cohérent

avec $u_3 = 17$ et $2 \times 17 - 1 = 33$).

17 Variation d'une suite avec un quotient ★★★

- a. $u_0 = 3$; $u_1 = 5/2 = 2,5$; $u_2 = 7/3 \approx 2,33$.
- b. $u_{n+1} = 2n+5/n+2$. On met au même dénominateur : $u_{n+1} - u_n = \frac{(2n+5)(n+1) - (2n+3)(n+2)}{(n+1)(n+2)}$. Au numérateur : $(2n^2 + 7n + 5) - (2n^2 + 7n + 6) = -1$. D'où le résultat.
- c. Pour tout $n \geq 0$, $(n+1)(n+2) > 0$, donc $u_{n+1} - u_n < 0$: la suite est **strictement décroissante**.

18 Un plan d'épargne ★★★

- a. (a_n) est arithmétique de raison 15 et de premier terme $a_1 = 120$: $a_n = 120 + 15(n-1) = 105 + 15n$.
- b. $a_{12} = 105 + 180 = 285$. $S_{12} = 12 \times \frac{120+285}{2} = 6 \times 405 = \mathbf{2\,430\,€}$.
- c. $S_n = n \times \frac{120+105+15n}{2} = \frac{n(225+15n)}{2}$. On calcule : $S_{19} = 19 \times \frac{510}{2} = 19 \times 255 = 4\,845 < 5\,000$ et $S_{20} = 20 \times \frac{525}{2} = 5\,250 \geq 5\,000$. Il faut **20 mois**.

19 Rebonds d'une balle ★★★

- a. $h_{n+1} = 0,7 \times h_n$: géométrique de raison 0,7, donc $h_n = 2 \times 0,7^n$.
- b. $h_3 = 2 \times 0,343 = \mathbf{0,686\,m}$.
- c. Programme :

```
def rebonds():  
    h = 2  
    n = 0  
    while h >= 0.05:  
        h = 0.7 * h  
        n = n + 1  
    return n
```

Il renvoie **11** : $h_{10} = 2 \times 0,7^{10} \approx 0,0565\,m \geq 0,05\,m$ et $h_{11} \approx 0,0395\,m < 0,05\,m$.

20 Un étang de poissons ★★★

- a. Perdre 12 % revient à multiplier par 0,88 ; on ajoute ensuite 150 : $u_{n+1} = 0,88u_n + 150$.
- b. $u_1 = 0,88 \times 4000 + 150 = 3\,670$; $u_2 = 0,88 \times 3670 + 150 = 3\,229,6 + 150 \approx \mathbf{3\,380}$.

```

c. def annee():
    u = 4000
    n = 0
    while u >= 3000:
        u = 0.88 * u + 150
        n = n + 1
    return n

```

Valeurs : $u_3 \approx 3\,124$ et $u_4 \approx 2\,899$. Le programme renvoie **4**.

21 Salaire linéaire ou exponentiel ? ★★★

- $A_n = 1\,500 + 50n$ (arithmétique) et $B_n = 1\,500 \times 1,03^n$ (géométrique).
- $A_5 = 1\,750$; $B_5 \approx 1738,91$; $A_{10} = 2\,000$; $B_{10} \approx 2015,87$.
- Par essais : $A_7 = 1\,850$ et $B_7 \approx 1844,81$; $A_8 = 1\,900$ et $B_8 \approx 1900,16$. Le contrat B devient strictement meilleur à partir de l'année **8**.

22 Somme des nombres impairs ★★★

- Les nombres 1, 3, 5, ... forment une suite arithmétique de raison 2 ; la somme comporte n termes, de premier terme 1 et de dernier terme $2n - 1$. Donc la somme vaut $n \times \frac{1+(2n-1)}{2} = n \times \frac{2n}{2} = n^2$.
- $199 = 2n - 1$ donne $n = 100$, donc la somme vaut $100^2 = \mathbf{10\,000}$.
- $w_{n+1} - w_n = (n+1)^2 - 7(n+1) - n^2 + 7n = 2n - 6$. Négative pour $n \leq 2$, nulle pour $n = 3$, positive ensuite : la suite décroît jusqu'au rang 3, vaut autant en 3 et en 4, puis croît. Termes : 0 ; -6 ; -10 ; -12 ; -12 ; -10 ; -6 ; 0 ; 8. Le plus petit terme est **-12**, atteint aux rangs 3 et 4.