

Bac de maths 2026 Amérique du Nord J2

Sujet du bac de maths

Ce sujet de spécialité mathématiques, tombé en Amérique du Nord le 21 mai 2026 (sujet 2), mêle un stock de tomates à analyser avec arbre pondéré, loi binomiale et inégalité de Bienaymé-Tchebychev, une suite définie par **récurrence** avec une racine carrée, une géométrie dans l'espace autour d'un **tétraèdre** et une étude de la fonction $(x(\ln x)^2)$ avec deux intégrations par parties. Le dernier exercice demande de justifier à la main une formule d'intégrale à partir de calculs vus en cours. Prends le temps de chercher chaque exercice sur ta feuille, calculatrice à portée de main, et n'ouvre le corrigé qu'une fois ta propre solution rédigée pour la comparer.

Dans cette page :

- Exercice 1
- Exercice 2
- Exercice 3
- Exercice 4

Baccalauréat · Spécialité mathématiques · Session 2026

Amérique du Nord · 21 mai 2026 · Sujet 2

Épreuve d'enseignement de spécialité · Durée : 4 heures · Calculatrice autorisée

Exercice 1 4 points

Un supermarché dispose d'un stock de tomates provenant de deux fournisseurs A et B.

Il a été constaté que :

- 91 % du stock de tomates est commercialisable ;
- 60 % du stock de tomates provient du fournisseur A ;
- parmi les tomates provenant du fournisseur A, la proportion de tomates commercialisables est de 95 %.

On choisit au hasard une tomate dans le stock.

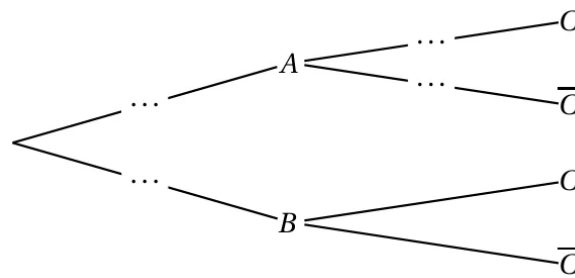
On désigne par :

- (A) l'évènement « La tomate provient du fournisseur A » ;
- (B) l'évènement « La tomate provient du fournisseur B » ;
- (C) l'évènement « La tomate est commercialisable ».

Pour un évènement quelconque (E) , on note $(P(E))$ la probabilité de (E) .

Partie A

1. Recopier l'arbre ci-dessous en complétant les pointillés.



2. a. Déterminer la probabilité que la tomate choisie soit commercialisable et provienne du fournisseur A.

b. Démontrer que $(P_B(C)=0{,}85)$.

c. La tomate choisie est non commercialisable. Le responsable des achats estime qu'il y a deux fois moins de chance qu'elle provienne du fournisseur A que du fournisseur B. A-t-il raison ?

Partie B

On rappelle que 9 % des tomates du stock ne sont pas commercialisables.

1. On prend 15 tomates dans le stock au hasard et de manière indépendante. On considère que le stock est suffisamment important pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

On note (X) la variable aléatoire égale au nombre de tomates non commercialisables dans cet échantillon de 15 tomates.

a. On admet que la variable aléatoire (X) suit une loi binomiale. En préciser les paramètres.

b. Déterminer la probabilité qu'exactly deux tomates soient non commercialisables. On donnera la valeur arrondie au millième.

c. Déterminer la probabilité qu'au plus deux tomates soient non commercialisables. On donnera la valeur arrondie au millième.

2. On constitue désormais un échantillon de (n) tomates, toujours dans les mêmes conditions, où (n) désigne un entier naturel non nul.

On note (X_n) la variable aléatoire égale au nombre de tomates non commercialisables et (F_n) la variable aléatoire égale à la fréquence de tomates non commercialisables dans cet échantillon de (n) tomates.

On a donc $(F_n = \frac{X_n}{n})$.

On admet que la variable aléatoire (X_n) suit la loi binomiale de paramètres (n) et $(0, 09)$.

- a. Calculer l'espérance $(E(F_n))$ et exprimer la variance $(V(F_n))$ en fonction de (n) .
- b. Démontrer que $(P(0,04 \leq F_n \leq 0,14) \geq 1 - \frac{32}{76^n})$.
- c. Le responsable des achats prélève dans le stock un échantillon de 500 tomates. Il s'aperçoit que 55 tomates ne sont pas commercialisables.

Est-ce conforme à ce qu'il pouvait attendre ? Justifier la réponse.

Exercice 2 6 points

Partie A : étude du sens de variation d'une fonction

On considère la fonction (f) définie sur $(\mathbb{R})$ par

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$$

1. Résoudre l'équation $(f(x) = x)$.
2. a. On admet que la fonction (f) est dérivable sur $(\mathbb{R})$. Vérifier que, pour tout réel (x) , on a $(f'(x) = \frac{2}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}})$.
b. En déduire le sens de variation de la fonction (f) sur $(\mathbb{R})$.

Partie B : étude de la convergence d'une suite récurrente

La suite $((u_n))$ est définie par $(u_0 = 1)$ et, pour tout entier naturel (n) , $(u_{n+1} = f(u_n))$.

1. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel (n) , on a $(1 \leq u_n \leq \sqrt{3})$.
2. En déduire que la suite $((u_n))$ converge et déterminer sa limite.
3. Le but de cette question est de retrouver par une autre méthode les résultats de la question 2. de la **partie B**.

Pour tout entier naturel (n) , on pose :

$$v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$$

On admet que la suite $((v_n))$ est bien définie.

- a. Démontrer que la suite $((v_n))$ est une suite géométrique de raison 4 dont on précisera le premier terme.

- b.** En déduire une expression de (v_n) en fonction de (n) puis que $(u_n = \sqrt{\frac{1}{5} \times 4^n} \times \frac{1}{1+0} \times 4^n)$ pour tout entier naturel (n) .
- c.** En déduire la limite de la suite $((u_n))$.

Partie C : étude de la convergence de la somme de termes

Pour tout entier naturel (n) non nul, on pose $(S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_{n-1}^2)$.

- 1.** Recopier et compléter le script Python ci-dessous afin que celui-ci permette de lister les (p) premiers termes de la suite $((S_n))$.

```
from math import*

def termes(p) :
    u = ...
    S = 0
    L = [ ]
    for i in range(p) :
        S = ...
        u = ...
        L.append(S)
    return L
```

Remarque : on rappelle qu'en langage Python,

- la commande `L = [ ]` crée une liste vide ;
- la commande `L.append(S)` ajoute, à la fin de la liste `L`, l'élément supplémentaire `S`.

- 2.** On rappelle que, pour tout entier naturel (k) , on a $(1 \leq u_k \leq \sqrt{3})$.

Démontrer que, pour tout entier naturel (n) non nul, on a $(n \leq S_n \leq 3n)$.

- 3.** En déduire les limites respectives de (S_n) et de $(\frac{S_n}{n^2})$ lorsque (n) tend vers $(+\infty)$.

Exercice 3 5 points

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(\left(\text{O}\right) ; \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k})$.

On considère :

- les points $A(4 ; 2 ; 2)$, $B(5 ; -2 ; 3)$ et $C(1 ; 1 ; 1)$;
- la droite (Δ) dont une représentation paramétrique est donnée par $\left(\begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} = \begin{array}{l} 1+2t \\ 1+t \\ 1+2t \end{array}\right)$ $\text{avec } t \in \mathbb{R}$;
- le plan (P) contenant le point A et perpendiculaire à la droite (Δ) .

1. Vérifier que la droite (Δ) contient le point $C(1; 1; 1)$ mais pas le point A.
2. a. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan (P) est $(2x+y+2z-14=0)$.
b. Vérifier que le plan (P) contient le point B mais pas le point C.
3. On considère le point $D(3; 2; 3)$.
a. Démontrer que le point D est le projeté orthogonal du point C sur le plan (P) .
b. Justifier que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
c. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.
d. Calculer le volume du tétraèdre ABCD. On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par $(V = \frac{1}{3} \times B \times h)$ où (B) est l'aire d'une base du tétraèdre et (h) la hauteur relative à cette base.
4. On appelle H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC).
a. Vérifier que les coordonnées du point H sont $(\frac{73}{29}; \frac{-4}{29}; \frac{51}{29})$.
b. Démontrer que l'aire du triangle ABC est $(\frac{3\sqrt{22}}{2})$.
c. En déduire la distance du point D au plan (ABC).

Exercice 4 5 points

On considère la fonction (f) définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = x(\ln x)^2.$$

On admet que la fonction (f) est dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$. On note (f') sa fonction dérivée.

1. Déterminer la limite de la fonction (f) en $(+\infty)$.
2. Pour tout réel $(x > 0)$, on pose $(g(x) = x \ln x)$.
a. Démontrer que pour tout réel $(x > 0)$, on a $(f(x) = 4 \left(g(\sqrt{x}) \right)^2)$.
b. En déduire $(\lim_{x \rightarrow 0} f(x))$.
3. Dans cette question, on étudie les variations de la fonction (f) sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

- a.** Démontrer que sur l'intervalle $(]0\ ;\ +\infty[)$, $f'(x) = (\ln x)(2 + \ln x)$.
- b.** En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $(]0\ ;\ +\infty[)$.
- c.** Donner la valeur exacte du maximum de la fonction f sur l'intervalle $(]0\ ;\ 1])$.
- 4.** On considère l'équation $f(x) = 2$.
- a.** Justifier que, sur l'intervalle $(]0\ ;\ +\infty[)$, cette équation admet une unique solution. On note (α) cette solution.
- b.** Donner un encadrement de (α) d'amplitude $0,1$.
- 5.** Soit (a) un nombre réel appartenant à l'intervalle $(]0\ ;\ 1])$.
- a.** Donner une interprétation géométrique de $\int_a^1 f(x) \, dx$.
- b.** À l'aide d'une intégration par parties, justifier que :
- $$\int_a^1 f(x) \, dx = -\frac{a^2}{2} (\ln a)^2 - \int_a^1 x \ln x \, dx$$
- c.** En utilisant à nouveau une intégration par parties, démontrer que :
- $$\int_a^1 f(x) \, dx = -\frac{a^2}{2} (\ln a)^2 + \frac{a^2}{2} \ln a + \frac{1}{4} - \frac{a^2}{4}$$
- d.** Déterminer la limite de $\int_a^1 f(x) \, dx$ quand (a) tend vers 0.