

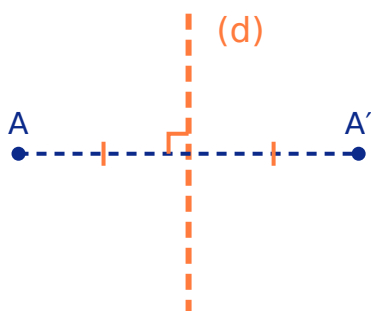
Symétrie axiale, médiatrice et bissectrice

Cours de maths - 6ème

Dans ce chapitre, tu apprends à **construire le symétrique** d'un point ou d'une figure, à repérer les **axes de symétrie**, puis à utiliser deux droites très utiles en géométrie : la **médiatrice** d'un segment et la **bissectrice** d'un angle. Tu auras besoin d'une règle, d'une équerre, d'un compas et d'un rapporteur.

1. Le symétrique d'un point

Symétrique d'un point par rapport à une droite Soit (d) une droite et A un point qui n'est pas sur (d). Le **symétrique** de A par rapport à (d) est le point A' tel que la droite (d) soit la **médiatrice du segment [AA']** : (d) coupe [AA'] **en son milieu** et lui est **perpendiculaire**. La droite (d) s'appelle l'**axe de symétrie**.



Le segment [AA'] est coupé en deux parties égales par l'axe (d), avec un angle droit. Les petits traits orange indiquent que les deux moitiés ont la même longueur.

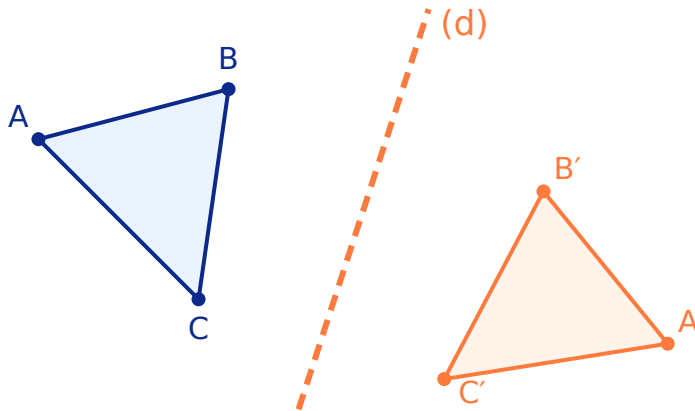
Cas particulier Si un point est **sur l'axe**, il est son propre symétrique. Et si A' est le symétrique de A, alors A est le symétrique de A' : on peut « revenir en arrière ».

Construire le symétrique d'un point A avec la règle et l'équerre 1) Place l'équerre : un côté de l'angle droit sur l'axe (d), l'autre côté passant par A. 2) Trace la perpendiculaire à (d) passant par A. Elle coupe l'axe en un point H. 3) Mesure la distance AH avec la règle. 4) De l'autre côté de l'axe, sur la même perpendiculaire, place A' tel que $HA' = AH$. Sur un quadrillage, on compte simplement les carreaux entre le point et l'axe, puis on les reporte de l'autre côté.

Exemple Un point M est à 2,5 cm de l'axe (d). Son symétrique M' est de l'autre côté, lui aussi à 2,5 cm de l'axe. La distance MM' vaut donc $2,5 + 2,5 = 5 \text{ cm}$.

2. Le symétrique d'une figure

Symétrique d'une figure Pour obtenir le symétrique d'une figure, on construit le symétrique de chacun de ses points. Pour un polygone, il suffit de construire les symétriques des **sommets** puis de les relier dans le même ordre.



Le triangle A'B'C' est le symétrique du triangle ABC : on a construit A', B' et C' un par un, puis on a relié les trois points.

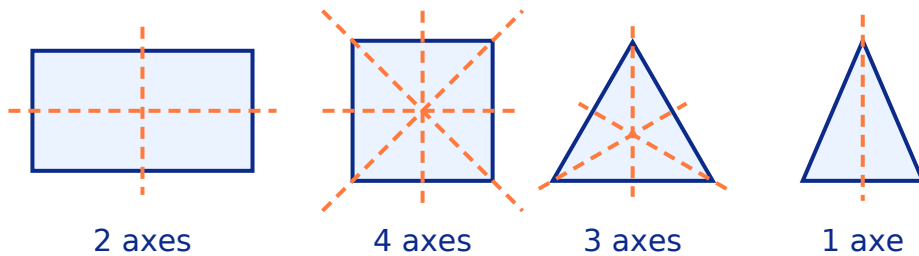
Ce que la symétrie axiale conserve Le symétrique d'une figure a **la même forme et la même taille** : la symétrie axiale conserve **les longueurs, les mesures d'angles, les aires et le parallélisme**. Un segment de 6 cm a pour symétrique un segment de 6 cm ; un angle de 40° a pour symétrique un angle de 40° ; le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon. Seul le **sens** de la figure change, comme dans un miroir.

Vérifier avec du papier calque Découpe la première figure et l'axe, retourne le calque comme une page de livre en gardant l'axe en place : la figure découpée doit tomber exactement sur la seconde. Tu peux aussi plier la feuille le long de l'axe.

Piège Un décalage (une translation) ou une rotation ne sont pas des symétries axiales. Une figure peut ressembler à l'autre sans être sa symétrique : vérifie toujours que les distances à l'axe sont égales de part et d'autre.

3. Les axes de symétrie d'une figure

Axe de symétrie d'une figure Une droite est un **axe de symétrie** d'une figure si, en pliant le long de cette droite, les deux moitiés se superposent exactement. Autrement dit, le symétrique de la figure par rapport à cette droite est **la figure elle-même**.



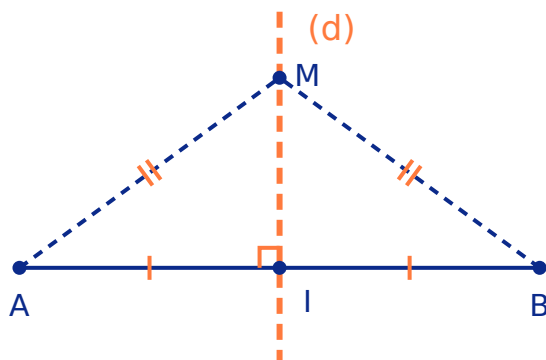
Les droites orange sont les axes de symétrie de chaque figure.

À connaître Le rectangle (non carré) a **2** axes ; le losange (non carré) a **2** axes ; le carré en a **4** ; le triangle équilatéral en a **3** ; le triangle isocèle (non équilatéral) en a **1** ; le cercle en a **une infinité** (toutes les droites qui passent par son centre). Un polygone régulier à n côtés a exactement **n axes**. Un parallélogramme quelconque n'en a **aucun**.

Astuce Pour savoir si une droite est un axe de symétrie, choisis quelques sommets de la figure et regarde si leurs symétriques sont aussi des sommets de la figure.

4. La médiatrice d'un segment

Médiatrice La **médiatrice** d'un segment est la droite qui est **perpendiculaire** au segment et qui passe par son **milieu**. C'est aussi l'**axe de symétrie** du segment : le symétrique d'une extrémité est l'autre extrémité.



Le petit carré orange marque l'angle droit ; les traits simples montrent que I est le milieu ; les doubles traits montrent que $MA = MB$.

Propriété caractéristique • Si un point est sur la médiatrice de $[AB]$, alors il est à **égale distance** de A et de B . • Réciproquement, si un point est à égale distance de A et de B , alors il est sur la médiatrice de $[AB]$. Ces deux phrases se résument ainsi : **la médiatrice de $[AB]$ est l'ensemble des points équidistants de A et de B .**

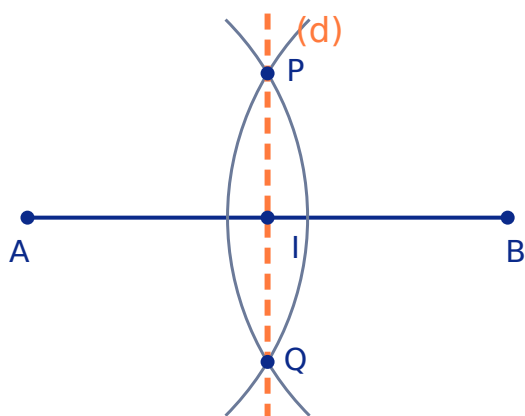
Exemple $AB = 9$ cm et M est sur la médiatrice de $[AB]$ avec $MA = 6$ cm. Alors $MB = 6$ cm aussi. Le périmètre du triangle MAB est $6 + 6 + 9 = \mathbf{21}$ cm.

Piège La médiatrice **ne passe pas** par les extrémités A et B du segment : elle passe par son **milieu**. Un segment n'a qu'une seule médiatrice.

5. Construire une médiatrice

Avec la règle graduée et l'équerre 1) Trace le segment $[AB]$ et mesure-le. Calcule la moitié : par exemple 7 cm donne 3,5 cm. 2) Place le milieu I à 3,5 cm de A sur $[AB]$. 3) Place l'équerre : un côté sur (AB) , l'autre côté passant par I. 4) Trace la perpendiculaire à (AB) en I : c'est la médiatrice. 5) Code la figure : un angle droit en I et un même trait sur $[AI]$ et $[IB]$.

Avec la règle non graduée et le compas 1) Ouvre ton compas d'un écartement **strictement plus grand que la moitié de $[AB]$** . 2) Pointe sèche en A : trace un arc de cercle de part et d'autre du segment. 3) **Sans changer l'écartement**, pointe sèche en B : trace un second arc qui coupe le premier en deux points P et Q. 4) Trace la droite (PQ) : c'est la médiatrice de $[AB]$.

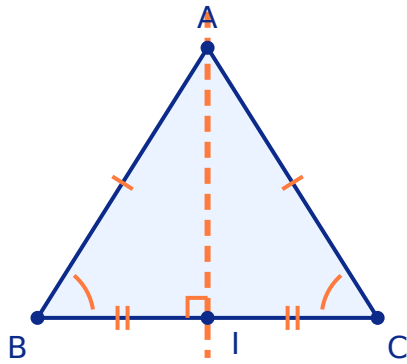


Les points P et Q sont chacun à égale distance de A et de B ; la droite (PQ) est donc la médiatrice. Elle coupe $[AB]$ en son milieu I.

Pourquoi ça marche ? P est à la même distance de A et de B (même écartement du compas), donc P est sur la médiatrice. Il en est de même pour Q. Une droite est déterminée par deux points : (PQ) est la médiatrice.

6. Médiatrice et triangles particuliers

Triangle isocèle Un triangle est **isocèle** s'il a **deux côtés de même longueur**. Le sommet commun à ces deux côtés est le **sommet principal** et le troisième côté est la **base**. Un triangle **équilatéral** a ses trois côtés égaux.



Le triangle ABC est isocèle en A : l'axe de symétrie passe par A et il est la médiatrice de la base [BC].

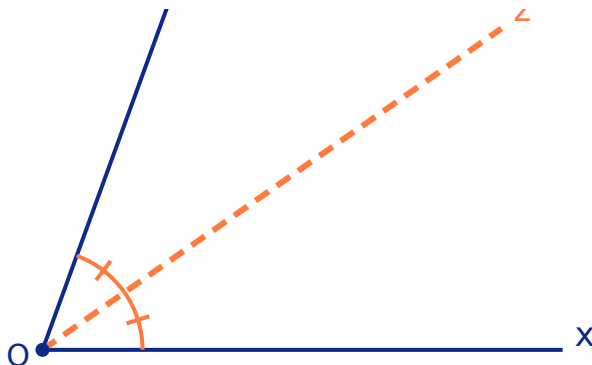
Propriétés • Dans un triangle isocèle, la médiatrice de la base passe par le sommet principal : c'est son **axe de symétrie**. • Un triangle isocèle a **deux angles égaux** : les angles à la base. Réciproquement, un triangle qui a deux angles égaux est isocèle. • Un triangle équilatéral a ses trois angles égaux à **60°** et trois axes de symétrie.

Exemple Un triangle a deux angles de 70° et 40°. Le troisième mesure $180^\circ - 70^\circ - 40^\circ = 70^\circ$. Il a deux angles égaux à 70° : il est **isocèle** et son sommet principal est celui de l'angle de 40°.

Mathbot te dit Pour construire un triangle isocèle, trace la base, puis sa médiatrice : n'importe quel point de cette droite (hors de la base) est un sommet principal possible. Et si tu fais un cerf-volant, la diagonale qui est l'axe de symétrie est la médiatrice de l'autre diagonale !

7. La bissectrice d'un angle

Bissectrice La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui a pour origine le sommet de l'angle et qui le partage en **deux angles de même mesure**. C'est aussi l'**axe de symétrie** de l'angle : elle échange les deux côtés.



La demi-droite [Oz) est la bissectrice de l'angle xOy : les deux petits arcs codés de la même façon indiquent que les deux angles sont égaux.

Calculer avec une bissectrice Si [Oz) est la bissectrice de l'angle xOy, alors $xOz =$

Fiche en ligne : maths-facile.eu/symetrie-axiale-mediatrice-et-bissectrice-cours-6eme/ · Cours, exercices et contrôles

$zOy = xOy \div 2$. L'angle total est le double de chaque moitié.

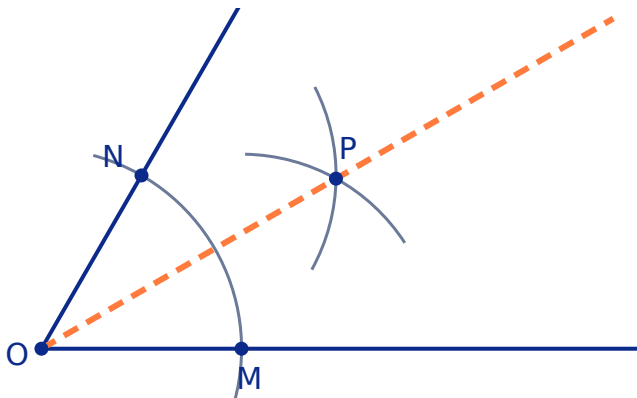
Exemples • $xOy = 84^\circ$ donc $xOz = 84 \div 2 = 42^\circ$. • La bissectrice d'un angle droit (90°) forme deux angles de 45° . • Si $xOz = 27^\circ$ et $[Oz)$ est la bissectrice, alors $xOy = 27 \times 2 = 54^\circ$.

Piège Une bissectrice est une **demi-droite** (elle part du sommet), alors qu'une médiatrice est une **droite** entière. Ne mélange pas les deux : la bissectrice coupe un **angle** en deux, la médiatrice coupe un **segment** en deux.

8. Construire une bissectrice

Avec le rapporteur 1) Mesure l'angle xOy , par exemple 64° . 2) Calcule la moitié : $64 \div 2 = 32^\circ$. 3) Place le zéro du rapporteur sur $[Ox)$ et marque un point à 32° . 4) Trace la demi-droite $[Oz)$ qui passe par ce point : c'est la bissectrice.

Avec la règle non graduée et le compas 1) Pointe sèche en O : trace un arc de cercle qui coupe $[Ox)$ en M et $[Oy)$ en N. 2) Pointe sèche en M : trace un arc à l'intérieur de l'angle. 3) **Sans changer l'écartement**, pointe sèche en N : trace un arc qui coupe le précédent en P. 4) Trace la demi-droite $[OP)$: c'est la bissectrice de l'angle xOy .



$OM = ON$ (même arc de centre O) et $PM = PN$ (même écartement du compas) : la figure OMPN est symétrique par rapport à (OP) .

Astuce Pour que les deux arcs se croisent bien, prends un écartement assez grand (plus grand que la moitié de MN). Pour vérifier ton travail, mesure les deux demi-angles : ils doivent être égaux.

À retenir

- Le symétrique de A par rapport à (d) est le point A' tel que (d) soit la **médiatrice de [AA']**.
- La symétrie axiale conserve **longueurs, angles, aires et parallélisme**.
- Un point de l'axe est son propre symétrique.

- Un **axe de symétrie** d'une figure : en pliant, les deux moitiés se superposent.
Rectangle : 2 ; carré : 4 ; triangle équilatéral : 3 ; triangle isocèle : 1 ; polygone régulier à n côtés : n .
- La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire passant par son milieu ; ses points sont équidistants des extrémités.
- Médiatrice au compas : deux arcs de même rayon (plus grand que la moitié du segment) centrés sur les extrémités.
- Un triangle isocèle a deux côtés égaux et deux angles égaux ; il a un axe de symétrie.
- La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite qui le partage en deux angles égaux : chaque angle mesure la moitié de l'angle de départ.