

Théorème de Pythagore

Corrigé des exercices - 4ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Calculer des carrés ★★★

$7^2 = 7 \times 7 = \mathbf{49}$; $12^2 = 144$; $15^2 = 225$; $1,1^2 = 1,1 \times 1,1 = \mathbf{1,21}$; $0,5^2 = \mathbf{0,25}$; $20^2 = \mathbf{400}$.

2 Reconnaître les carrés parfaits ★★★

$64 = 8^2$, $121 = 11^2$ et $196 = 14^2$ sont des carrés parfaits : $\sqrt{64} = \mathbf{8}$, $\sqrt{121} = \mathbf{11}$, $\sqrt{196} = \mathbf{14}$. Les autres ne le sont pas : 50 est entre $7^2 = 49$ et $8^2 = 64$; 90 est entre $9^2 = 81$ et $10^2 = 100$; 150 est entre $12^2 = 144$ et $13^2 = 169$.

3 Racines carrées simples ★★★

$\sqrt{36} = \mathbf{6}$ car $6^2 = 36$; $\sqrt{100} = \mathbf{10}$; $\sqrt{0,09} = \mathbf{0,3}$ car $0,3^2 = 0,09$; $\sqrt{(5^2)} = \mathbf{5}$; $(\sqrt{7})^2 = \mathbf{7}$; $\sqrt{1} = \mathbf{1}$.

4 Encadrer une racine carrée ★★★

$16 < 20 < 25$ donc $\mathbf{4} < \sqrt{20} < \mathbf{5}$. $49 < 50 < 64$ donc $\mathbf{7} < \sqrt{50} < \mathbf{8}$. $81 < 90 < 100$ donc $\mathbf{9} < \sqrt{90} < \mathbf{10}$. $121 < 130 < 144$ donc $\mathbf{11} < \sqrt{130} < \mathbf{12}$.

5 Utiliser la calculatrice ★★★

$\sqrt{3} \approx \mathbf{1,73}$ (entre 1 et 2) ; $\sqrt{10} \approx \mathbf{3,16}$ (entre 3 et 4) ; $\sqrt{21} \approx \mathbf{4,58}$ (entre 4 et 5) ; $\sqrt{67} \approx \mathbf{8,19}$ (entre 8 et 9, car $64 < 67 < 81$).

6 Nommer l'hypoténuse ★★★

L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit. a. **[EG]** ; b. **[RT]** ; c. **[MN]** ; d. **[YZ]**.

7 Écrire l'égalité de Pythagore ★★★

a. L'hypoténuse est [BC] : $\mathbf{BC^2 = AB^2 + AC^2}$. b. L'hypoténuse est [DF] : $\mathbf{DF^2 = DE^2 + EF^2}$. c. L'hypoténuse est [GH] : $\mathbf{GH^2 = GI^2 + HI^2}$.

8 Longueur de l'hypoténuse ★★★

- a. $BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$, $BC = \mathbf{10\text{ cm}}$.
b. $BC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$, $BC = \mathbf{13\text{ cm}}$.
c. $BC^2 = 81 + 144 = 225$, $BC = \mathbf{15\text{ cm}}$.

9 Longueur d'un côté de l'angle droit ★★★

- a. $17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$, le côté vaut $\sqrt{225} = \mathbf{15\text{ cm}}$.
b. $25^2 - 24^2 = 625 - 576 = 49$, le côté vaut $\mathbf{7\text{ cm}}$.
c. $10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$, le côté vaut $\mathbf{8\text{ cm}}$.

10 Résultats non entiers ★★★

- a. $h^2 = 9 + 25 = 34$, $h = \sqrt{34} \approx \mathbf{5,83\text{ cm}}$.
b. $h^2 = 16 + 49 = 65$, $h = \sqrt{65} \approx \mathbf{8,06\text{ cm}}$.
c. $c^2 = 49 - 25 = 24$, $c = \sqrt{24} \approx \mathbf{4,90\text{ cm}}$.

11 Diagonale d'un carré ★★★

Le triangle formé par deux côtés consécutifs et la diagonale est rectangle (le carré a des angles droits). $D^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72$, donc $D = \sqrt{72} \approx \mathbf{8,49\text{ cm}}$.

12 Diagonale d'un rectangle ★★★

EFG est rectangle en F, donc d'après le théorème de Pythagore $EG^2 = EF^2 + FG^2 = 81 + 16 = 97$. Donc $EG = \sqrt{97} \approx \mathbf{9,85\text{ cm}}$.

13 L'échelle et le mur ★★★

Le mur est vertical et le sol horizontal : le triangle est rectangle, l'échelle est

l'hypoténuse. D'après le théorème de Pythagore : $h^2 = 5^2 - 1,4^2 = 25 - 1,96 = 23,04$.
Donc $h = \sqrt{23,04} = 4,8$. **L'échelle touche le mur à 4,8 m de hauteur.**

14 Une randonnée ★★★

Les directions est et sud sont perpendiculaires : le triangle DEA est rectangle en E. $DA^2 = DE^2 + EA^2 = 144 + 25 = 169$, donc $DA = \sqrt{169} = 13$. **Il est à 13 km de son point de départ.**

15 Un triangle est-il rectangle ? ★★★

Le plus grand côté mesure 7,5 cm. $7,5^2 = 56,25$. $4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$. Les deux résultats sont égaux : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle est rectangle**. L'angle droit est opposé au côté de 7,5 cm, c'est-à-dire au sommet commun aux côtés de 4,5 cm et 6 cm.

16 Un triangle non rectangle ★★★

Le plus grand côté est [BC] : $BC^2 = 64$. $AB^2 + AC^2 = 25 + 36 = 61$. Comme $64 \neq 61$, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, **le triangle ABC n'est pas rectangle**.

17 Réciproque avec de grands nombres ★★★

Le plus grand côté est [BC]. $BC^2 = 29^2 = 841$. $AB^2 + AC^2 = 400 + 441 = 841$. Les deux résultats sont égaux : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en **A** (sommet opposé à [BC]).

18 Vrai ou faux ? ★★★

- a. **Vrai.** $17^2 = 289$ et $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$: la réciproque s'applique.
- b. **Faux.** $6^2 = 36$ mais $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \neq 36$.
- c. **Faux.** L'hypoténuse est le plus *grand* côté (elle est opposée à l'angle droit).
- d. **Faux.** L'hypoténuse est [AC] : la bonne égalité est $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

19 Hauteur d'un triangle isocèle ★★★

- a. H est le milieu de [BC] : $BH = 8$ cm. Le triangle ABH est rectangle en H, donc $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 289 - 64 = 225$ et $AH = \sqrt{225} = \mathbf{15 \text{ cm}}$.
- b. Aire = base $\times$ hauteur $\div 2 = 16 \times 15 \div 2 = \mathbf{120 \text{ cm}^2}$.

20 Hauteur et périmètre ★★★

- a. ABH est rectangle en H : $BH^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$, donc $BH = 5 \text{ cm}$.
AHC est rectangle en H : $HC^2 = 20^2 - 12^2 = 400 - 144 = 256$, donc $HC = 16 \text{ cm}$.
- b. $BC = BH + HC = 5 + 16 = 21 \text{ cm}$. Périmètre = $13 + 20 + 21 = 54 \text{ cm}$.
- c. Le plus grand côté est [BC] : $BC^2 = 441$. $AB^2 + AC^2 = 169 + 400 = 569$. Comme $441 \neq 569$, **ABC n'est pas rectangle en A**.

21 Le câble du mât ★★★

Le mât est vertical, le sol horizontal : le triangle est rectangle au pied du mât. $L^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$ donc $L = \sqrt{56,25} = 7,5 \text{ m}$.

Pour un câble de 7,5 m fixé à 4,5 m du pied : $h^2 = 7,5^2 - 4,5^2 = 56,25 - 20,25 = 36$, donc $h = 6 \text{ m}$: on retrouve la même hauteur.

22 Le cadre du charpentier ★★★

Considère le triangle formé par deux côtés consécutifs et la diagonale. Le plus grand côté est la diagonale : $2,6^2 = 6,76$. $2,4^2 + 1^2 = 5,76 + 1 = 6,76$. Les deux résultats sont égaux : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle, donc **l'angle du cadre est droit**. (Un quadrilatère à côtés opposés de même longueur est un parallélogramme ; avec un angle droit, c'est un rectangle.)

23 Dans un repère ★★★

- a. A et C ont la même abscisse : $AC = 9 - 1 = 8 \text{ cm}$. C et B ont la même ordonnée : $BC = 7 - 1 = 6 \text{ cm}$.
- b. (AC) est verticale et (CB) est horizontale : elles sont perpendiculaires, donc ABC est rectangle en C.
- c. $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 64 + 36 = 100$, donc $AB = 10 \text{ cm}$.

24 Triplets pythagoriciens ★★★

- a. $9^2 + 40^2 = 81 + 1\,600 = 1\,681 = 41^2$. **C'est un triplet pythagoricien.**
- b. (6 ; 8 ; 10) : $36 + 64 = 100 = 10^2$. (9 ; 12 ; 15) : $81 + 144 = 225 = 15^2$. **Oui**, dans les deux cas.
- c. Le plus grand côté est 150 : $150^2 = 22\,500$ et $90^2 + 120^2 = 8\,100 + 14\,400 = 22\,500$. D'après la réciproque, le triangle est **rectangle** (l'angle droit est opposé au côté de 150 cm).