

# Transformations du plan

## Corrigé des exercices - 3ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

### 1 Quelle transformation ? ★★★

- Le tiroir glisse sans tourner : **translation**.
- L'aiguille tourne autour de son axe : **rotation** (quart de tour,  $90^\circ$ , sens horaire).
- Le reflet est retourné : **symétrie axiale**.
- La forme est conservée, la taille est multipliée par 3 : **homothétie** de rapport 3.
- La carte à jouer a un demi-tour : **symétrie centrale** (ou rotation de  $180^\circ$ ) ; les valets sont dessinés ainsi.
- La cabine glisse sans tourner : **translation**.

### 2 Translation et coordonnées ★★★

- De A à A' : on ajoute 3 à l'abscisse ( $5 - 2$ ) et 3 à l'ordonnée ( $4 - 1$ ). Le déplacement est « 3 vers la droite, 3 vers le haut ».
- $B'(0 + 3 ; 3 + 3) = \mathbf{B'(3 ; 6)}$ .  $C'(-2 + 3 ; -1 + 3) = \mathbf{C'(1 ; 2)}$ .
- On fait le déplacement inverse :  $D(7 - 3 ; 0 - 3) = \mathbf{D(4 ; -3)}$ . Vérification :  $(4 + 3 ; -3 + 3) = (7 ; 0)$ .

### 3 Symétrie centrale et coordonnées ★★★

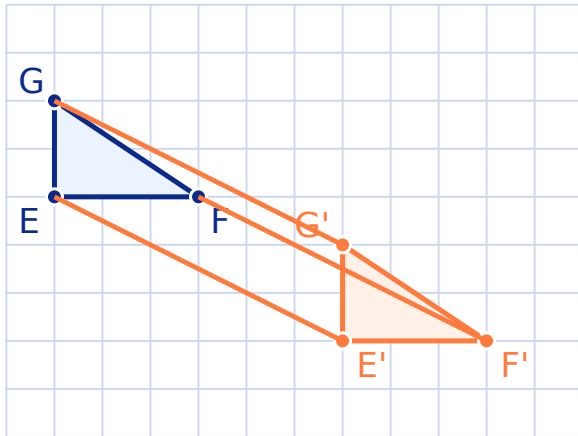
O est le milieu de [AA'] :  $x_{A'} = 2 \times 3 - x_A$  et  $y_{A'} = 2 \times 2 - y_A$ .

- $A'(6 - 1 ; 4 - 1) = \mathbf{A'(5 ; 3)}$ .
- $B'(6 - 4 ; 4 - 5) = \mathbf{B'(2 ; -1)}$ .
- $C'(6 - (-1) ; 4 - 2) = \mathbf{C'(7 ; 2)}$ .

Contrôle : le milieu de [CC'] est  $((-1 + 7)/2 ; (2 + 2)/2) = (3 ; 2) = O$ . ✓.

### 4 Construire une image par translation ★★★

De E(1 ; 5) à E'(7 ; 2) : 6 carreaux vers la droite et 3 vers le bas. On refait ce déplacement pour F et G : F'(10 ; 2) et G'(7 ; 4).



[EE'] et [FF'] sont parallèles et de même longueur : EE'F'F est un **parallélogramme**.

### 5 Longueurs et homothétie ★★★

- $OA' = 3 \times OA = 3 \times 4 = \mathbf{12 \text{ cm}}$ .
- $OB' = 3 \times OB$ , donc  $OB = 15 \div 3 = \mathbf{5 \text{ cm}}$ .
- $A'B' = 3 \times AB = 3 \times 2,5 = \mathbf{7,5 \text{ cm}}$ .
- L'homothétie conserve les angles :  $\mathbf{40^\circ}$ .

### 6 Vrai ou faux ? ★★★

- Vrai**. Rotation, translation et symétries conservent les longueurs.
- Faux**. Les aires sont multipliées par  $2^2 = 4$ .
- Vrai**. La translation garde le parallélisme.
- Vrai**. M' est de l'autre côté de O, à la même distance : O est le milieu de [MM'].
- Vrai**. Les symétries conservent les angles (leur sens change, pas leur mesure).

### 7 L'horloge ★★★

Une minute correspond à  $360^\circ \div 60 = 6^\circ$ .

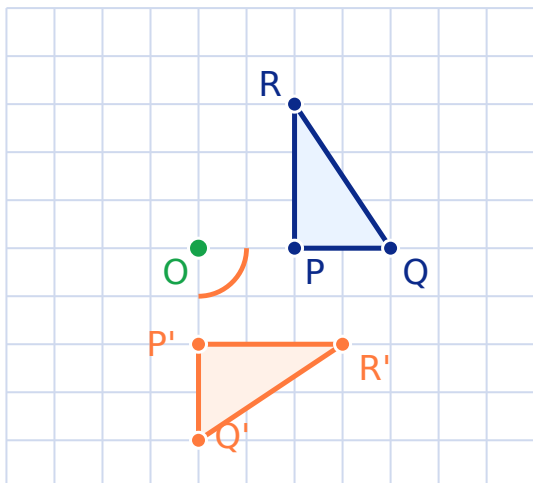
- $25 - 10 = 15$  minutes :  $15 \times 6^\circ = \mathbf{90^\circ}$ .
- $12 \times 6^\circ = \mathbf{72^\circ}$ .
- De 35 à 65 minutes (5 minutes de l'heure suivante) : 30 minutes :  $30 \times 6^\circ = \mathbf{180^\circ}$  (c'est un demi-tour).

### 8 Un quart de tour ★★★

Pour un quart de tour horaire autour de O, un déplacement (a droite, b haut) de O vers le point devient (b à droite, a vers le bas).

- P est à 2 à droite, 0 en haut de O : P' est à 0 à droite, 2 vers le bas : P'(4 ; 3).

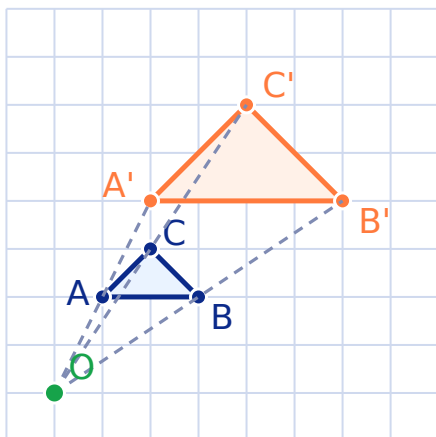
- Q : (4 ; 0) devient 0 à droite et 4 vers le bas : Q'(4 ; 1).
- R : (2 ; 3) devient 3 à droite et 2 vers le bas : R'(7 ; 3).



Comme pour toute rotation de centre O,  $OP' = OP = 2$  carreaux et l'angle  $POP' = 90^\circ$ .

## 9 Agrandir un triangle ★★★

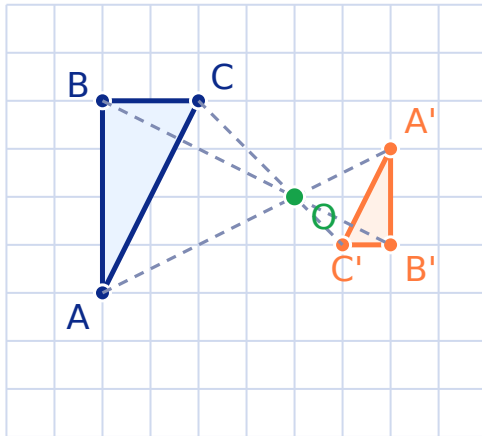
Depuis O(1 ; 1), A est à (1 ; 2) : A' est à (2 ; 4), donc A'(3 ; 5). B est à (3 ; 2) : B' à (6 ; 4), donc B'(7 ; 5). C est à (2 ; 3) : C' à (4 ; 6), donc C'(5 ; 7).



$AB = 2$  carreaux et  $A'B' = 4$  carreaux :  $A'B' = 2 \times AB$ . L'aire de ABC est  $(2 \times 1) \div 2 = 1$  carreau<sup>2</sup> ; celle de A'B'C' est  $(4 \times 2) \div 2 = 4$  carreaux<sup>2</sup> =  $1 \times 2^2$ . L'aire est multipliée par 4.

## 10 Un rapport négatif ★★★

Rapport  $-1/2$  : le point image est de l'autre côté de O, deux fois plus près. Depuis O(6 ; 5) : A est à (-4 ; -2), A' à (+2 ; +1) : A'(8 ; 6). B est à (-4 ; +2), B' à (+2 ; -1) : B'(8 ; 4). C est à (-2 ; +2), C' à (+1 ; -1) : C'(7 ; 4).



Oui, A, O et A' sont alignés (et O est entre A et A' puisque  $k < 0$ ). L'image est une **réduction** de rapport **1/2**, retournée.

### 11 Aires et périmètres ★★★

- $12 \text{ m} = 1\,200 \text{ cm}$  et  $8 \text{ m} = 800 \text{ cm}$ . Plan :  $1\,200 \div 200 = \mathbf{6 \text{ cm}}$  et  $800 \div 200 = \mathbf{4 \text{ cm}}$ .
- Jardin :  $12 \times 8 = 96 \text{ m}^2$ . Plan :  $6 \times 4 = \mathbf{24 \text{ cm}^2}$ .
- $96 \text{ m}^2 = 960\,000 \text{ cm}^2$ .  $(1/200)^2 = 1/40\,000$ .  $960\,000 \div 40\,000 = 24 \text{ cm}^2$ . ✓.

### 12 Affiche et photo ★★★

- $15 \times 2,4 = \mathbf{36 \text{ cm}}$  et  $10 \times 2,4 = \mathbf{24 \text{ cm}}$ .
- L'aire est multipliée par  $2,4^2 = \mathbf{5,76}$ . Photo :  $15 \times 10 = 150 \text{ cm}^2$ . Poster :  $36 \times 24 = 864 \text{ cm}^2$ . Vérification :  $150 \times 5,76 = 864$  ✓.

### 13 Homothétie et coordonnées ★★★

On multiplie les deux coordonnées par k.

- $A'(6 ; 9)$ .
- $B'(-4 \times (-1,5) ; 2 \times (-1,5)) = \mathbf{B'(6 ; -3)}$ .
- $C'(2 ; -1)$ .
- $D'(-2 ; 4)$ .

### 14 Trouver le rapport ★★★

Le rapport vaut  $k = (\text{abscisse de } A') \div (\text{abscisse de } A) = x \div 4$ .

- $10 \div 4 = \mathbf{2,5}$  (agrandissement).
- $-6 \div 4 = \mathbf{-1,5}$  (A' de l'autre côté de O).
- $1 \div 4 = \mathbf{0,25}$  (réduction).

d.  $-1 \div 4 = -0,25$ .

### 15 Deux symétries centrales ★★★

- a.  $M_1 = (2 \times 2 - 0 ; 2 \times 1 - 3) = (4 ; -1)$ .  $M_2 = (2 \times 5 - 4 ; 2 \times 4 - (-1)) = (6 ; 9)$ .  
b. De  $M(0 ; 3)$  à  $M_2(6 ; 9)$ , on ajoute  $(6 ; 6)$ . C'est une **translation** de 6 vers la droite et 6 vers le haut. Le déplacement de  $O_1$  à  $O_2$  est  $(3 ; 3)$  et  $6 = 2 \times 3$  : on retrouve le double.

### 16 Une frise ★★★

- a. De 4 carreaux vers la droite, soit 4 cm.  
b. Il y a 8 pas entre le motif 1 et le motif 9 :  $8 \times 4 = 32$  cm.  
c. Du motif 5 au motif 2, il y a 3 pas vers la gauche :  $3 \times 4 = 12$  cm vers la gauche.  
d. Non : chaque motif est un triangle rectangle avec l'angle droit à gauche. Si on le retourne dans un miroir vertical, l'angle droit passerait à droite, et la frise ne serait pas la même.

### 17 Pavages réguliers ★★★

- a.  $360 \div 60 = 6$  triangles.  
b. Carré :  $360 \div 90 = 4$  carrés. Hexagone :  $360 \div 120 = 3$  hexagones.  
c.  $360 \div 108$  n'est pas un nombre entier (3,33...). 3 pentagones laisseraient un trou de  $360 - 324 = 36^\circ$ , et 4 se chevaucheraient ( $432^\circ > 360^\circ$ ). **Non**, on ne peut pas.  
d. Chaque triangle est l'image du précédent par une rotation de  $60^\circ$  autour de O. De T1 à T3 :  $2 \times 60^\circ = 120^\circ$  ; de T1 à T4 :  $3 \times 60^\circ = 180^\circ$  (c'est alors la symétrie de centre O).

### 18 Les rotations du carré ★★★

- a. Un quart de tour antihoraire envoie A sur B, B sur C, D sur A.  **$A \rightarrow B ; B \rightarrow C ; D \rightarrow A$** .  
b. [AB] a pour image [BC]. De même le carré est envoyé sur lui-même :  **$ABCD \rightarrow BCDA$**  (le carré est globalement invariant).  
c. La rotation de  $180^\circ$  autour de O (ou deux quarts de tour).  
d. La rotation envoie A sur B et B sur C :  $OA = OB = OC$  (conservation des longueurs), donc  $AC = BD = 2 \times OA$ . L'angle  $AOB = 90^\circ$  : (AC)  $\perp$  (BD).

### 19 Homothétie et Thalès ★★★

- a. M est sur [AB] du même côté que B : le rapport est positif.  $k = AM \div AB = 3 \div 5 = 3/5 = 0,6$ .

- b. L'homothétie de rapport 0,6 transforme la droite (BC) en une droite parallèle passant par M, c'est (MN) : C a pour image N. Donc  $MN = 0,6 \times BC = 0,6 \times 10 = 6$  cm.
- c. Aire de AMN  $= 50 \times 0,6^2 = 50 \times 0,36 = 18$  cm<sup>2</sup>.

## 20 Un cône réduit ★★★

- a.  $k = 4 \div 12 = 1/3$ .
- b.  $r' = 6 \times 1/3 = 2$  cm.
- c. Grand :  $V = 1/3 \times \pi \times 6^2 \times 12 = 1/3 \times \pi \times 432 = 144\pi$  cm<sup>3</sup>. Petit, par la formule :  $1/3 \times \pi \times 2^2 \times 4 = 16/3\pi$  cm<sup>3</sup>. Par  $k^3$  :  $144\pi \times (1/3)^3 = 144\pi \div 27 = 16/3\pi$  cm<sup>3</sup> ✓. Soit environ 16,8 cm<sup>3</sup>.

## 21 Parallélogramme et symétrie centrale ★★★

- a. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu O. O est le milieu de [AC] et de [BD] : l'image de A est **C** et celle de B est **D**.
- b. L'image du segment [AB] est le segment **[CD]**.
- c. La symétrie centrale conserve les longueurs :  $CD = AB$ . Elle transforme une droite en une droite parallèle :  $(CD) \parallel (AB)$ .

## 22 Passer d'un triangle à un autre ★★★

- a. On applique  $x' = 10 - x$ ,  $y' = 10 - y$  :  $A \rightarrow (9 ; 5)$ ,  $B \rightarrow (7 ; 5)$ ,  $C \rightarrow (9 ; 2)$ . T2 a pour sommets (9 ; 5), (7 ; 5) et (9 ; 2).
- b. A est le centre : il reste en (1 ; 5). B est à 2 à droite de A, son image est à 2 vers le bas : (1 ; 3). C est à 3 vers le haut de A, son image est à 3 vers la droite : (4 ; 5). T3 a pour sommets (1 ; 5), (1 ; 3) et (4 ; 5).
- c. **Non**. Une translation ne tourne pas : le côté horizontal de longueur 2 de T2 (de (7 ; 5) à (9 ; 5)) deviendrait un côté horizontal. Dans T3, le côté de longueur 2 est vertical ((1 ; 5) à (1 ; 3)) : les deux triangles ne sont pas orientés pareil.

