

Transformations du plan

Exercices de maths - 3ème

22 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Quelle transformation ? ★★★

Pour chaque situation, dis s'il s'agit d'une translation, d'une rotation, d'une symétrie axiale, d'une symétrie centrale ou d'une homothétie.

- Un tiroir qu'on ouvre en le tirant tout droit.
- La grande aiguille d'une horloge entre 15 h 00 et 15 h 15.
- Ton reflet dans un miroir vertical.
- Une photo imprimée en poster, trois fois plus grand.
- Une carte à jouer (valet) retournée tête en bas.
- Une cabine de remontée mécanique qui monte le long du câble.

2 Translation et coordonnées ★★★

Dans un repère, la translation t transforme $A(2 ; 1)$ en $A'(5 ; 4)$.

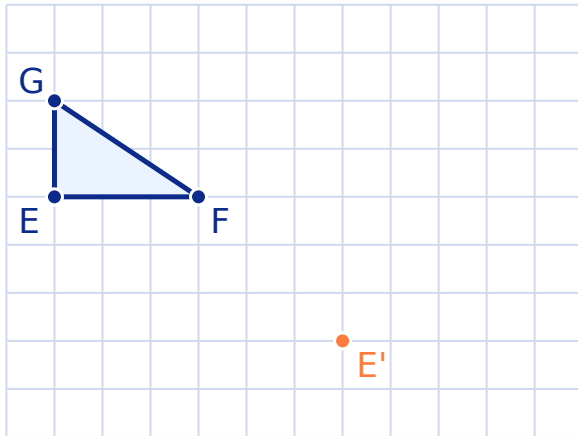
- Décris le déplacement.
- Donne les images de $B(0 ; 3)$ et de $C(-2 ; -1)$.
- Quel point D a pour image $D'(7 ; 0)$?

3 Symétrie centrale et coordonnées ★★★

Dans un repère, soit $O(3 ; 2)$. Donne les coordonnées des symétriques de $A(1 ; 1)$, $B(4 ; 5)$ et $C(-1 ; 2)$ par rapport à O . Explique la méthode.

4 Construire une image par translation ★★★

Reproduis la figure sur un quadrillage. Construis l'image $E'F'G'$ du triangle EFG par la translation qui transforme E en E' .



Quelle est la nature du quadrilatère $EE'F'F$?

5 Longueurs et homothétie ★★★

L'homothétie h de centre O et de rapport 3 transforme A en A' et B en B' .

- On a $OA = 4$ cm. Calcule OA' .
- On a $OB' = 15$ cm. Calcule OB .
- On a $AB = 2,5$ cm. Calcule $A'B'$.
- L'angle OAB mesure 40° . Quelle est la mesure de l'angle $OA'B'$?

6 Vrai ou faux ? ★★★

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifie.

- Une rotation conserve les longueurs.
- Une homothétie de rapport 2 double les aires.
- L'image d'une droite par une translation est une droite parallèle.
- Une homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale.
- Une symétrie axiale conserve les angles.

7 L'horloge ★★★

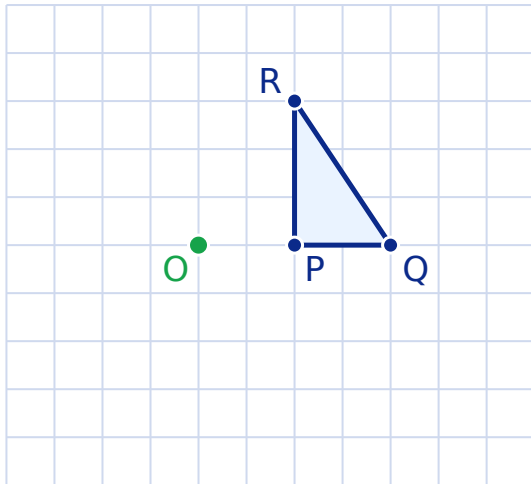
La grande aiguille d'une horloge tourne autour du centre du cadran. Quel est l'angle de la rotation (sens horaire) qui la fait passer :

- de 10 minutes à 25 minutes ?
- de 0 minute à 12 minutes ?
- de 35 minutes à 5 minutes de l'heure suivante ?

Indice : 60 minutes correspondent à un tour complet (360°).

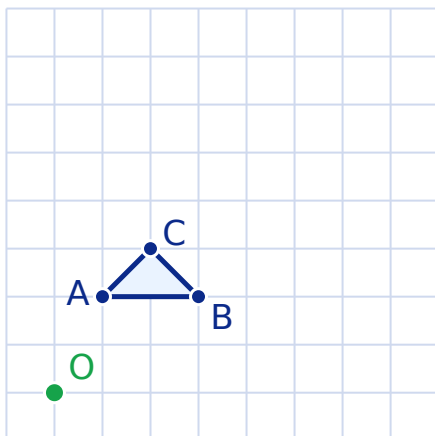
8 Un quart de tour ★★★

Reproduis la figure sur un quadrillage et construis l'image $P'Q'R'$ du triangle PQR par la rotation de centre O , d'angle 90° , dans le sens horaire. Que peux-tu dire de OP et OP' ?



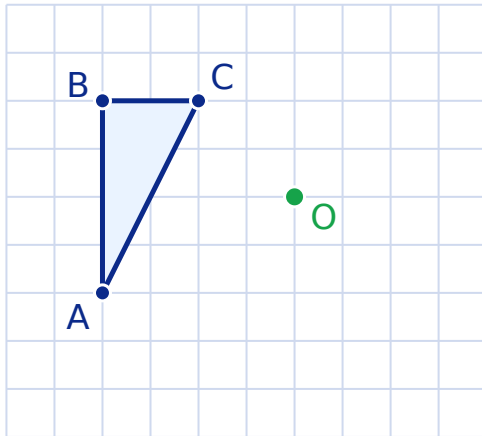
9 Aggrandir un triangle ★★★

Reproduis la figure. Construis l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 2. Compare AB et $A'B'$, puis les aires.



10 Un rapport négatif ★★★

Reproduis la figure. Construis l'image $A'B'C'$ de ABC par l'homothétie de centre O et de rapport $-1/2$. Les points A , O et A' sont-ils alignés ?



11 Aires et périmètres ★★★

Un jardin rectangulaire mesure 12 m sur 8 m. On en dessine le plan par une réduction de rapport $\frac{1}{200}$.

- Quelles sont les dimensions du plan en cm ?
- Calcule l'aire du jardin, puis celle du plan en cm^2 .
- Vérifie en multipliant par k^2 .

12 Affiche et photo ★★★

Une photo de 15 cm sur 10 cm est agrandie en poster avec un rapport de 2,4.

- Calcule les dimensions du poster.
- Par combien l'aire est-elle multipliée ? Calcule l'aire de la photo et celle du poster.

13 Homothétie et coordonnées ★★★

Dans un repère d'origine O, on considère des homothéties de centre O, de rapports différents. Donne l'image de :

- $A(2 ; 3)$ par h de rapport 3 ;
- $B(-4 ; 2)$ par h de rapport $-1,5$;
- $C(10 ; -5)$ par h de rapport 0,2 ;
- $D(1 ; -2)$ par h de rapport -2 .

14 Trouver le rapport ★★★

Sur une droite graduée (en cm), O est l'origine. A est en 4. Trouve le rapport k de l'homothétie de centre O qui transforme A en A' dans chaque cas :

- A' est en 10 ;

- b. A' est en -6 ;
- c. A' est en 1 ;
- d. A' est en -1 .

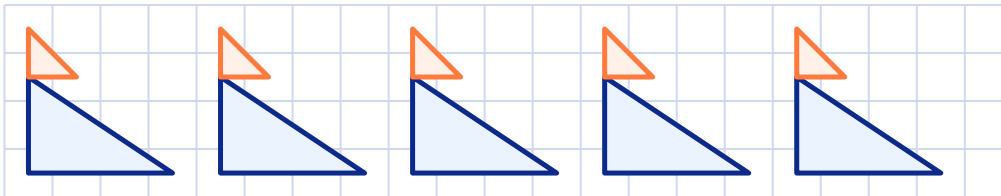
15 Deux symétries centrales ★★★

Dans un repère, $O_1(2 ; 1)$ et $O_2(5 ; 4)$. Soit $M(0 ; 3)$. On applique la symétrie de centre O_1 à M pour obtenir M_1 , puis la symétrie de centre O_2 à M_1 pour obtenir M_2 .

- a. Calcule M_1 et M_2 .
- b. Quelle transformation passe directement de M à M_2 ? Précise-la.

16 Une frise ★★★

Voici le début d'une frise qui comporte 9 motifs. Un carreau mesure 1 cm.



- a. Par quelle translation passe-t-on du motif 1 au motif 2 ?
- b. Quelle est la distance entre le motif 1 et le motif 9 ?
- c. Quelle translation envoie le motif 5 sur le motif 2 ?
- d. La frise est-elle invariante par une symétrie axiale verticale ? Justifie.

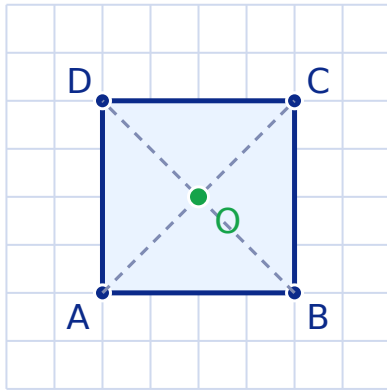
17 Pavages réguliers ★★★

On veut paver le plan avec des polygones réguliers identiques.

- a. Un triangle équilatéral a des angles de 60° . Combien en faut-il autour d'un sommet ?
- b. Même question pour le carré, puis l'hexagone régulier (angles de 120°).
- c. Un pentagone régulier a des angles de 108° . Peut-on paver le plan avec lui ? Justifie.
- d. Dans un pavage de triangles équilatéraux autour de O (voir le cours), quelles sont les rotations de centre O qui envoient T_1 sur T_3 puis sur T_4 ?

18 Les rotations du carré ★★★

ABCD est un carré de centre O (les sommets sont dans le sens antihoraire).



- Quelle est l'image de A, de B et de D par la rotation de centre O, d'angle 90° , sens antihoraire ?
- En déduire l'image du segment [AB], puis du carré ABCD.
- Quelle rotation envoie A sur C ?
- Pourquoi les diagonales sont-elles perpendiculaires et de même longueur ?

19 Homothétie et Thalès ★★★

ABC est un triangle. M est sur [AB] et N sur [AC] avec $(MN) \parallel (BC)$, $AM = 3 \text{ cm}$ et $AB = 5 \text{ cm}$. L'aire de ABC est 50 cm^2 et $BC = 10 \text{ cm}$.

- Détermine l'homothétie de centre A qui transforme B en M.
- Quelle est l'image de C ? Calcule MN.
- Calcule l'aire du triangle AMN.

20 Un cône réduit ★★★

Un cône a une hauteur de 12 cm et un disque de base de rayon 6 cm . On le coupe par un plan parallèle à la base, à 4 cm du sommet S : on obtient un petit cône, réduction du grand.

- Quel est le rapport de la réduction ?
- Calcule le rayon du petit cône.
- Volume du grand cône (valeur exacte), puis du petit par deux méthodes. Rappel : $V = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$.

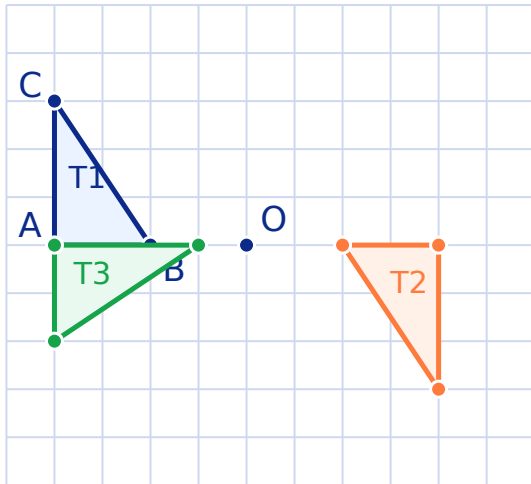
21 Parallélogramme et symétrie centrale ★★★

ABCD est un parallélogramme de centre O. On note s la symétrie de centre O.

- Quelle est l'image de A ? de B ?
- En déduire l'image de [AB].
- Justifie que $AB = CD$ et $(AB) \parallel (CD)$.

22 Passer d'un triangle à un autre ★★★

Sur le quadrillage, le triangle T1 (sommets A(1 ; 5), B(3 ; 5), C(1 ; 8)) a pour images T2 et T3 par deux transformations.



- T2 est l'image de T1 par la symétrie de centre O(5 ; 5). Donne les coordonnées de T2.
- T3 est l'image de T1 par la rotation de centre A, d'angle 90° dans le sens horaire. Donne les coordonnées de T3.
- T3 est-il l'image de T2 par une translation ? Justifie.