

Triangles

Corrigé des exercices - 5ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Vocabulaire du triangle ★★★

- a. Le côté opposé à S est **[RT]**.
- b. C'est l'angle **$\angle SRT$** (ou $\angle TRS$), noté aussi $\angle R$.
- c. L'angle opposé à [ST] est l'angle de sommet R : **$\angle SRT$** .
- d. $P = RS + ST + TR$.

2 Le triangle existe-t-il ? ★★★

On compare le plus grand côté à la somme des deux autres.

- a. 8 et $4 + 5 = 9$. Comme $8 < 9$, **oui**.
- b. 8 et $3 + 4 = 7$. Comme $8 > 7$, **non**.
- c. 12 et $6 + 6 = 12$. C'est l'égalité : les points sont alignés, **non**.
- d. 5,5 et $2,5 + 3,5 = 6$. Comme $5,5 < 6$, **oui**.
- e. 7 et $2 + 4 = 6$. Comme $7 > 6$, **non**.

3 Nature d'un triangle d'après ses angles ★★★

- a. Trois angles égaux : **équilatéral**.
- b. Deux angles égaux : **isocèle** (sommet principal : angle de 80°).
- c. Un angle droit et deux angles égaux : **rectangle isocèle**.
- d. Un angle droit et trois angles différents : **rectangle**.
- e. Aucun angle droit, trois angles différents : **quelconque**.

Vérification : chaque liste a bien une somme de 180° .

4 Angle manquant ★★★

La somme des angles d'un triangle est 180° .

- a. $180^\circ - (48^\circ + 67^\circ) = 180^\circ - 115^\circ = \mathbf{65^\circ}$.
- b. $180^\circ - (90^\circ + 34^\circ) = 180^\circ - 124^\circ = \mathbf{56^\circ}$.
- c. $180^\circ - (125^\circ + 28^\circ) = 180^\circ - 153^\circ = \mathbf{27^\circ}$.

d. $100^\circ + 85^\circ = 185^\circ > 180^\circ$: **impossible**, la somme dépasse déjà 180° .

5 Angles dans un triangle isocèle ★★★

- a. Les angles à la base sont égaux : $(180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 140^\circ \div 2 = \mathbf{70^\circ}$ chacun.
- b. Les deux angles à la base valent 35° . L'angle au sommet est $180^\circ - 2 \times 35^\circ = 180^\circ - 70^\circ = \mathbf{110^\circ}$.
- c. Les trois angles sont égaux : $180^\circ \div 3 = \mathbf{60^\circ}$.

6 Vrai ou faux ? ★★★

- a. **Faux.** Deux angles droits font déjà 180° , il ne resterait rien pour le troisième angle.
- b. **Vrai.** Il a trois côtés égaux, donc au moins deux côtés égaux.
- c. **Faux.** Il a déjà un angle de 90° ; un angle obtus dépasserait 90° , la somme serait supérieure à 180° .
- d. **Faux.** Deux angles obtus feraient plus de $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.
- e. **Vrai.** Les deux angles aigus sont égaux (triangle isocèle) et leur somme est 90° : chacun vaut 45° .

7 Aire de quatre triangles ★★★

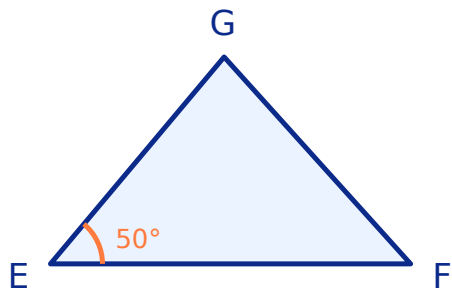
Aire = base $\times$ hauteur $\div 2$.

- a. $8 \times 5 \div 2 = 40 \div 2 = \mathbf{20 \text{ cm}^2}$.
- b. $12 \times 3,5 \div 2 = 42 \div 2 = \mathbf{21 \text{ m}^2}$.
- c. $9 \times 4 \div 2 = 36 \div 2 = \mathbf{18 \text{ dm}^2}$.
- d. $6,4 \times 5 \div 2 = 32 \div 2 = \mathbf{16 \text{ cm}^2}$.

8 Construire avec un angle et deux côtés ★★★

1. Trace le segment [EF] de 6 cm.
2. Au rapporteur, place le point 50° au-dessus de [EF] à partir de E et trace la demi-droite [Ex).
3. Sur cette demi-droite, reporte $EG = 4,5 \text{ cm}$ au compas ou à la règle : tu obtiens G.
4. Relie F et G.

On mesure **FG $\approx$ 4,6 cm**.

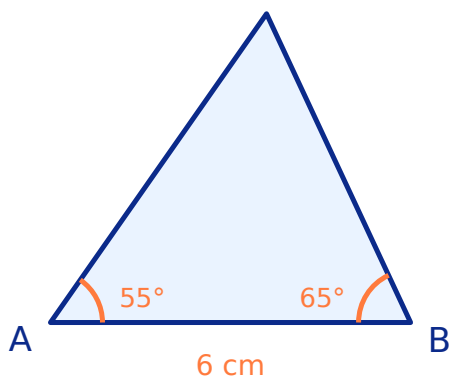


9 Construire avec un côté et deux angles ★★★

Calcul : $\angle C = 180^\circ - (55^\circ + 65^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = \mathbf{60^\circ}$.

1. Trace $[AB] = 6 \text{ cm}$.
2. En A, trace un angle de 55° avec $[AB]$.
3. En B, trace un angle de 65° avec $[BA]$. Les deux demi-droites se coupent en C.

En mesurant l'angle en C, on retrouve bien 60° .



10 Triangle aux trois côtés ★★★

Le plus grand côté mesure 7 cm et $5 + 4 = 9$. Comme $7 < 9$, le triangle existe.

1. Trace $[KL] = 7 \text{ cm}$.
2. Compas en K, écartement 5 cm : trace un arc.
3. Compas en L, écartement 4 cm : trace un arc qui coupe le premier en M.
4. Relie M à K et à L.

L'instrument indispensable est le **compas**.

11 Trois angles à trouver ★★★

La somme vaut 180° : $x + (x + 20) + 2x = 180$, donc $4x + 20 = 180$, $4x = 160$ et $x = \mathbf{40}$.

Les angles sont **40°**, **60°** et **80°** (somme : $40 + 60 + 80 = 180$).

Les trois angles sont différents et aucun n'est droit : le triangle est **quelconque**.

12 Médiatrice et distances ★★★

- a. Un point de la médiatrice est à égale distance des extrémités : **PB = 4,2 cm**.
- b. N est équidistant de A et de B : il est **sur la médiatrice (d)**.
- c. $QA \neq QB$: **Q n'est pas sur (d)**.

13 Cercle circonscrit ★★★

- a. Le centre est à égale distance des trois sommets : **OB = OC = 3,5 cm**. Le diamètre est $2 \times 3,5 = 7$ cm.
- b. Le triangle est rectangle : le centre est le **milieu de l'hypoténuse [EF]**. Le rayon est $9 \div 2 = 4,5$ cm.

14 Chercher la base ou la hauteur ★★★

- a. $15 \times h \div 2 = 52,5$, donc $15 \times h = 105$ et $h = 105 \div 15 = 7$ cm.
- b. $b \times 4,5 \div 2 = 27$, donc $b \times 4,5 = 54$ et $b = 54 \div 4,5 = 12$ m.

15 Hauteurs : cas particuliers ★★★

- a. La hauteur issue de B est perpendiculaire à (AC) et passe par B : c'est la droite **(AB)**, car $(AB) \perp (AC)$. De même la hauteur issue de C est **(AC)**.
- b. Ce sont les hauteurs issues de **B** et de **C** : leur pied est sur le prolongement du côté opposé.
- c. Elles sont concourantes : elles se coupent en un point appelé l'**orthocentre**.

16 Périmètre d'un triangle isocèle ★★★

- a. Les deux côtés égaux ont pour longueur totale $26 - 8 = 18$ cm, soit $18 \div 2 = 9$ cm chacun. Vérification : $9 < 9 + 8 = 17$, le triangle existe.
- b. Deux cas.
Cas 1 : le côté de 10 cm est la base. Les côtés égaux mesurent $(22 - 10) \div 2 = 6$ cm. Triangle 10 ; 6 ; 6 : $10 < 6 + 6 = 12$, il existe.
Cas 2 : 10 cm est la longueur des côtés égaux. La base mesure $22 - 2 \times 10 = 2$ cm. Triangle 10 ; 10 ; 2 : $10 < 10 + 2 = 12$, il existe.
Il y a donc **deux triangles possibles** : (10 ; 6 ; 6) et (10 ; 10 ; 2).

17 Longueur entière du troisième côté ★★★

- a. Soit x le troisième côté.
- Si x est le plus grand côté : $x < 4 + 9 = 13$, donc $x \leq 12$.
 - Si 9 est le plus grand : $9 < 4 + x$, donc $x > 5$, soit $x \geq 6$.
- Les valeurs possibles sont **6, 7, 8, 9, 10, 11 et 12 cm** (7 valeurs).
- b. Le périmètre maximal correspond à $x = 12$: $4 + 9 + 12 = \mathbf{25 \text{ cm}}$.

18 Randonnée entre trois villages ★★★

- a. Inégalité triangulaire : $AC < 12 + 7 = 19$; $12 < AC + 7$, donc $AC > 5$. Donc **5 km** $< AC < 19 \text{ km}$.
- b. 4 km n'est pas supérieur à 5 : $12 > 4 + 7 = 11$. **Non**.
- c. Comme $AB \neq BC$, les côtés égaux sont $AC = AB$ ou $AC = BC$. $AC = 12 \text{ km}$ convient ($5 < 12 < 19$). $AC = 7 \text{ km}$ ne convient pas, car 7 n'est pas strictement supérieur à 5 ? Si : $7 > 5$ et $7 < 19$, donc il convient aussi. Les valeurs possibles sont **12 km** ($AC = AB$) et **7 km** ($AC = BC$).

19 Angles dans une figure ★★★

- a. $\angle BAC = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 105^\circ = \mathbf{75^\circ}$.
- b. Le triangle ABD est isocèle en A ($AB = AD$), donc ses angles à la base sont égaux : $\angle ADB = \angle ABD = \mathbf{65^\circ}$. Puis $\angle BAD = 180^\circ - 2 \times 65^\circ = 180^\circ - 130^\circ = \mathbf{50^\circ}$.
- c. Les points B, D et C sont alignés : $\angle ADC = 180^\circ - 65^\circ = \mathbf{115^\circ}$. Puis $\angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 75^\circ - 50^\circ = \mathbf{25^\circ}$.
- Vérification dans ADC : $25^\circ + 115^\circ + 40^\circ = 180^\circ$. ✓

20 Aire d'un trapèze rectangle ★★★

- a. Comme $(AB) \parallel (DC)$, la hauteur du triangle ABC relative à [AB] est égale à la distance entre les deux parallèles, soit 4 cm. $\text{Aire}(ABC) = 5 \times 4 \div 2 = \mathbf{10 \text{ cm}^2}$.
- b. Dans ACD, la base [DC] mesure 8 cm et la hauteur relative est [AD] = 4 cm (angle droit en D). $\text{Aire}(ACD) = 8 \times 4 \div 2 = \mathbf{16 \text{ cm}^2}$.
- c. Aire du trapèze = $10 + 16 = \mathbf{26 \text{ cm}^2}$.

21 Deux hauteurs, une aire ★★★

- a. Le triangle est rectangle en A : la hauteur relative à [AB] est [AC]. $\text{Aire} = 6 \times 8 \div 2 = 48 \div 2 = \mathbf{24 \text{ cm}^2}$.
- b. On prend maintenant [BC] comme base. L'aire est toujours 24 cm^2 : $10 \times h \div 2 = 24$, donc $10 \times h = 48$ et $h = 48 \div 10 = \mathbf{4,8 \text{ cm}}$.

22 Pourquoi 180° ? ★★★

On trace la droite (d) parallèle à (BC) passant par A. De part et d'autre de A, les angles formés par (d) avec [AB] et [AC] sont **alternes-internes** avec les angles $\angle B$ et $\angle C$: ils ont donc les mêmes mesures que $\angle B$ et $\angle C$.

Ces deux angles et l'angle $\angle A$ forment ensemble un **angle plat** de sommet A, qui mesure 180° . Donc $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.