

Triangles et proportionnalité

Corrigé des exercices - 4ème

Corrigé détaillé des exercices du chapitre. Vérifie tes réponses étape par étape et corrige-toi.

1 Trouver un coefficient ★★★

- a. $15 \div 6 = 2,5$ et $10 \div 4 = 2,5$.
- b. Les deux quotients sont égaux : les longueurs sont proportionnelles, donc le rectangle de 15 cm sur 10 cm est un **agrandissement** du petit, de coefficient **2,5**.
- c. $18 \div 6 = 3$ mais $11 \div 4 = 2,75$. Les quotients sont différents : ce n'est **pas** un agrandissement (les deux figures n'ont pas la même forme).

2 Agrandir et réduire ★★★

- a. On multiplie chaque côté par 3 : $2 \times 3 = 6$; $3,5 \times 3 = 10,5$; $4 \times 3 = 12$. Les côtés mesurent **6 cm ; 10,5 cm et 12 cm**.
- b. On multiplie chaque côté par 0,5 (c'est diviser par 2) : $12 \times 0,5 = 6$; $9 \times 0,5 = 4,5$; $7 \times 0,5 = 3,5$. Les côtés mesurent **6 cm ; 4,5 cm et 3,5 cm**.

3 Vrai ou faux ? ★★★

- a. **Faux**. 0,8 est inférieur à 1 : les longueurs diminuent, c'est une réduction.
- b. **Faux**. Les angles ne changent pas ; seules les longueurs sont multipliées.
- c. **Vrai**. Multiplier par 1 ne change aucune longueur.
- d. **Vrai**. $4 \div 10 = 0,4$ et $6 \div 15 = 0,4$: les quotients sont égaux et inférieurs à 1, c'est une réduction de coefficient 0,4.

4 Maquette à l'échelle ★★★

- a. $4,5 \text{ m} = 450 \text{ cm}$. La maquette est 50 fois plus petite : $450 \div 50 = \mathbf{9 \text{ cm}}$.
- b. $3 \times 50 = 150 \text{ cm} = \mathbf{1,5 \text{ m}}$.

5 Compléter un tableau ★★★

On multiplie chaque longueur par 0,4.

- $EF = 5 \times 0,4 = \mathbf{2 \text{ cm}}$

- $FG = 7 \times 0,4 = \mathbf{2,8 \text{ cm}}$
- $GE = 9 \times 0,4 = \mathbf{3,6 \text{ cm}}$

6 Un premier triangle emboîté ★★★

$(MN) \parallel (BC)$, $M \in [AB]$, $N \in [AC]$: AMN est une réduction de ABC.

- $k = \mathbf{AM/AB = 3/9 = 1/3}$.
- $\mathbf{AN/AC = 1/3}$, donc $AC = 3 \times AN = 3 \times 4 = \mathbf{12 \text{ cm}}$. De même $\mathbf{MN/BC = 1/3}$, donc $BC = 3 \times 2,5 = \mathbf{7,5 \text{ cm}}$.

7 Triangles semblables ou non ? ★★★

- Triangle 1 : $180 - 40 - 65 = \mathbf{75^\circ}$. Triangle 2 : $180 - 65 - 75 = \mathbf{40^\circ}$. Triangle 3 : $180 - 40 - 80 = \mathbf{60^\circ}$.
- Les triangles 1 et 2 ont les mêmes angles (40° , 65° , 75°) : ils sont **semblables**. Le triangle 3 (40° , 80° , 60°) a des angles différents : il n'est semblable à aucun des deux.

8 Longueurs dans des triangles emboîtés ★★★

AMN est une réduction de ABC de coefficient $k = \mathbf{AM/AB = 4/10 = 0,4}$.

$\mathbf{AN/AC = 0,4}$, donc $AC = 3 \div 0,4 = \mathbf{7,5 \text{ cm}}$.

$\mathbf{MN/BC = 0,4}$, donc $BC = 3,2 \div 0,4 = \mathbf{8 \text{ cm}}$.

9 Avec un segment restant ★★★

M est sur [AB] : $AB = AM + MB = 3 + 5 = 8 \text{ cm}$.

AMN est une réduction de ABC : $\mathbf{AM/AB = AN/AC = MN/BC}$, soit $\mathbf{3/8 = AN/12 = MN/10}$.

$AN = 12 \times \mathbf{3/8 = 4,5 \text{ cm}}$. $MN = 10 \times \mathbf{3/8 = 30/8 = 3,75 \text{ cm}}$.

10 Un papillon ★★★

$(AC) \parallel (BD)$: les triangles OAC et OBD sont semblables (angles opposés par le sommet, angles alternes-internes), donc $\mathbf{OB/OA = OD/OC = BD/AC}$.

$k = \mathbf{5/2 = 2,5}$, donc $OD = 3 \times 2,5 = \mathbf{7,5 \text{ cm}}$ et $BD = 4 \times 2,5 = \mathbf{10 \text{ cm}}$.

11 La hauteur d'un arbre ★★★

Au même moment, les rayons du soleil sont parallèles : les triangles « bâton – ombre » et « arbre – ombre » ont les mêmes angles, ils sont semblables.

Coefficient : $6 \div 0,8 = 7,5$. Hauteur de l'arbre : $1,2 \times 7,5 = 9$.

L'arbre mesure 9 m de haut.

12 Triangles semblables : côtés homologues ★★★

- a. La correspondance $A \rightarrow D$, $B \rightarrow E$, $C \rightarrow F$ donne : $[AB]$ et $[DE]$, $[BC]$ et $[EF]$, $[CA]$ et $[FD]$.
- b. $k = \mathbf{DE/AB = 12/8 = 1,5}$. Alors $EF = 6 \times 1,5 = \mathbf{9 \text{ cm}}$ et $FD = 10 \times 1,5 = \mathbf{15 \text{ cm}}$.

13 Reconnaître des triangles semblables par leurs côtés ★★★

On range les côtés dans l'ordre croissant et on calcule les quotients.

- a. $6 \div 4 = 1,5$; $9 \div 6 = 1,5$; $12 \div 8 = 1,5$. Les côtés sont proportionnels : Q est un agrandissement de P de coefficient 1,5, donc les triangles sont **semblables**.
- b. $7 \div 4 = 1,75$; $10 \div 6 \approx 1,67$; $13 \div 8 = 1,625$. Les quotients sont différents : R n'est **pas** semblable à P.

14 Plan d'un terrain ★★★

1/400 : 1 cm sur le plan représente 400 cm, soit 4 m. On divise donc les longueurs réelles par 400 (en cm).

- a. $48 \text{ m} = 4\,800 \text{ cm}$, $4\,800 \div 400 = 12$; $36 \text{ m} = 3\,600 \text{ cm}$, $3\,600 \div 400 = 9$. Le rectangle mesure **12 cm sur 9 cm**.
- b. $60 \text{ m} = 6\,000 \text{ cm}$, $6\,000 \div 400 = \mathbf{15 \text{ cm}}$.

15 Périmètres et réduction ★★★

- a. $k = \mathbf{AM/AB = 3,6/9 = 0,4}$. $AN = 6 \times 0,4 = \mathbf{2,4 \text{ cm}}$ et $MN = 7,5 \times 0,4 = \mathbf{3 \text{ cm}}$.
- b. Périmètre de ABC : $9 + 6 + 7,5 = \mathbf{22,5 \text{ cm}}$. Périmètre de AMN : $3,6 + 2,4 + 3 = \mathbf{9 \text{ cm}}$.
- c. $9 \div 22,5 = 0,4$. Le quotient des périmètres est égal au coefficient de réduction : le périmètre est une longueur, il est lui aussi multiplié par k .

16 Un trapèze dans un triangle ★★★

$AB = AM + MB = 5 + 3 = 8$ cm. AMN est une réduction de ABC de coefficient $k = 5/8$.

$AN = 12 \times 5/8 = 7,5$ cm donc $NC = 12 - 7,5 = 4,5$ cm. $MN = 16 \times 5/8 = 10$ cm.

Périmètre de MBCN = $MB + BC + CN + NM = 3 + 16 + 4,5 + 10 = 33,5$ cm.

17 Largeur d'une rivière ★★★

- Les points A, C, B sont alignés, ainsi que T, C, D. Les angles en C sont opposés par le sommet, donc égaux. Les droites (AT) et (BD) sont parallèles : les angles en A et B (alternes-internes) sont égaux, ce sont même deux angles droits. Les deux triangles ont deux angles égaux : ils sont **semblables**.
- Dans le papillon de sommet C : $CA/CB = AT/BD$. Le coefficient est $15 \div 5 = 3$, donc $AT = 8 \times 3 = 24$ m. **La rivière mesure 24 m de large.**

18 Repérer l'erreur ★★★

- $6 \div 3 = 2$; $7 \div 4 = 1,75$; $8 \div 5 = 1,6$.
- Les quotients sont différents : les longueurs ne sont pas proportionnelles. Nina a **tort** : pour agrandir, on *multiplie* toutes les longueurs par le même nombre, on n'ajoute pas.
- Le plus petit côté passe de 3 à 6 cm : $k = 2$. Les côtés sont **6 cm, 8 cm et 10 cm**.

19 Angles et triangles semblables ★★★

- $C = 180 - 52 - 71 = 57^\circ$. $D = 180 - 57 - 52 = 71^\circ$.
- ABC a pour angles 52° , 71° et 57° ; DEF a pour angles 71° , 57° et 52° . Les angles sont égaux deux à deux : les triangles sont **semblables**, avec $A \leftrightarrow F$ (52°), $B \leftrightarrow D$ (71°) et $C \leftrightarrow E$ (57°).
- [AB] a pour homologue [FD] et [BC] a pour homologue [DE]. Le coefficient est $k = FD/AB = 10,5/7 = 1,5$. Donc $DE = 9 \times 1,5 = 13,5$ cm.

20 Photo et affiche ★★★

- Coefficient d'agrandissement : $60 \div 24 = 2,5$. Hauteur : $16 \times 2,5 = 40$ cm.
- Il faut passer de 40 cm à 25 cm de hauteur : $k = 25 \div 40 = 0,625$. Largeur : $60 \times 0,625 = 37,5$ cm.

21 Charpente d'un toit ★★★

- AMN est une réduction de ABC de coefficient $k = AM/AB = 2/5 = 0,4$. $MN = 8 \times 0,4 = 3,2$ m.
- $MB = AB - AM = 5 - 2 = 3$ m. Comme $AC = 5$ m et $AN = 2$ m (même rapport), CN

$= 3 \text{ m.}$

c. Périmètre = $MB + BC + CN + NM = 3 + 8 + 3 + 3,2 = 17,2 \text{ m.}$

22 Défi : le carré dans le triangle ★★★

- a. MN est un côté du carré, il est parallèle au côté opposé posé sur [BC] : **(MN) // (BC)**.
- b. La hauteur du petit triangle AMN est $8 - c$ (on retire la hauteur du carré). Les hauteurs sont des longueurs, elles sont multipliées par le même coefficient : $k = (8 - c) \div 8$.
- c. $MN = c = 12 \times k = 12 \times (8 - c) \div 8$, soit $8c = 12 \times (8 - c) = 96 - 12c$. Alors $20c = 96$ et $c = 4,8$. **Le côté du carré mesure 4,8 cm.** Vérification : $k = (8 - 4,8) \div 8 = 0,4$ et $12 \times 0,4 = 4,8$.