

Trigonométrie

Corrigé du contrôle - 1ère

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Radians et mesure principale / 3 pts

- $75 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{12}$ rad. (1 pt)
- $\frac{7\pi}{9}$ rad = $7 \times 20^\circ = 140^\circ$. (1 pt)
- $\frac{29\pi}{6} - 4\pi = \frac{5\pi}{6}$, qui est dans $] -\pi ; \pi]$. $-\frac{17\pi}{4} + 4\pi = -\frac{\pi}{4}$. (1 pt : 0,5 par mesure)

2 Valeurs exactes / 3 pts

Barème : 0,75 pt par valeur.

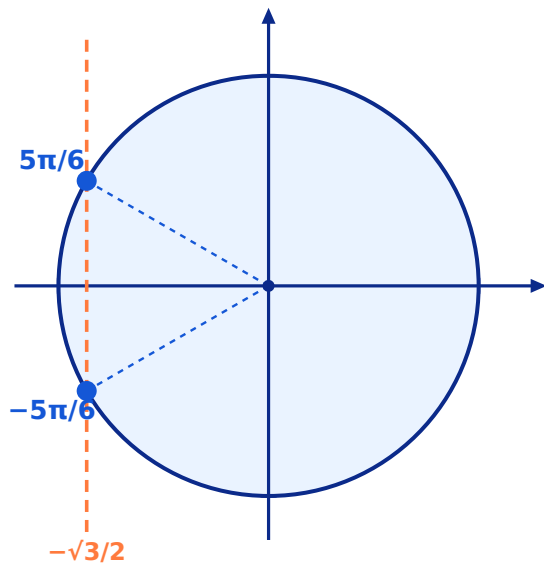
- $\cos \frac{2\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.
- $\sin \frac{5\pi}{4} = \sin(\pi + \frac{\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- $\cos(-\frac{5\pi}{6}) = \cos \frac{5\pi}{6} = \cos(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- $\frac{11\pi}{3} - 4\pi = -\frac{\pi}{3}$, donc $\sin \frac{11\pi}{3} = \sin(-\frac{\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3 Cosinus donné / 3 pts

- $\sin^2 x = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$. Sur $[-\frac{\pi}{2} ; 0]$, $M(x)$ est dans le demi-plan inférieur, donc $\sin x \leq 0$: $\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$. (1,5 pt)
- $\cos(\pi - x) = -\cos x = -\frac{1}{4}$; $\sin(\pi + x) = -\sin x = \frac{\sqrt{15}}{4}$; $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$. (0,5 pt chacune)

4 Équations et inéquation / 4 pts

- $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{3\pi}{4}$, donc $x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$. $S = \{-\frac{3\pi}{4} ; \frac{3\pi}{4}\}$. (1,5 pt)
- $\sin x = \frac{1}{2}$: $x = \frac{\pi}{6}$ ou $x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$. $S = \{\frac{\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}\}$. (1,5 pt)
- $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ pour $x = \pm \frac{5\pi}{6}$. Les points d'abscisse supérieure à $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ forment l'arc contenant I. $S = [-\frac{5\pi}{6} ; \frac{5\pi}{6}]$. (1 pt)



5 Étude d'une fonction / 4 pts

- a. $g(-x) = 2\cos(-x) + 3 = 2\cos x + 3 = g(x)$, et $\mathbb{R}$ est symétrique par rapport à 0. (1 pt)
- b. $g(0) = 5$; $g(\pi/3) = 4$; $g(\pi) = 1$. Le cosinus décroît sur $[0 ; \pi]$ donc g aussi.

x	0	$\pi/3$	π
$g(x)$	5	$\searrow 4$	$\searrow 1$

(1 pt)

- c. $g(x) = 4 \Leftrightarrow \cos x = 1/2 \Leftrightarrow x = \pm\pi/3$. $S = \{-\pi/3 ; \pi/3\}$. (1 pt)
- d. $g(x) \geq 4 \Leftrightarrow \cos x \geq 1/2 \Leftrightarrow x \in [-\pi/3 ; \pi/3]$. (1 pt)

6 Un jardin en secteur / 3 pts

- a. $5\pi/6$ rad = $5 \times 30^\circ = 150^\circ$. (1 pt)
- b. $\ell = 12 \times 5\pi/6 = 10\pi \approx 31,42$ m. (1 pt)
- c. $\square = 1/2 \times 12^2 \times 5\pi/6 = 60\pi \approx 188,5$ m². Bordure : $12 + 12 + 10\pi \approx 55,42$ m. (1 pt : 0,5 + 0,5)