

Trigonométrie

Exercices de maths - 1ère

23 exercices classés par difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ difficile). Cherche d'abord sans regarder le corrigé !

1 Degrés vers radians ★★★

Convertis en radians, sous la forme d'une fraction de π :

- a. 30°
- b. 45°
- c. 120°
- d. 150°
- e. 270°
- f. 15°

2 Radians vers degrés ★★★

Convertis en degrés :

- a. $\pi/5$
- b. $3\pi/4$
- c. $7\pi/6$
- d. $5\pi/3$
- e. $2\pi/9$
- f. $11\pi/12$

3 Arcs et secteurs ★★★

Dans chaque cas, calcule la grandeur demandée (valeur exacte, puis valeur approchée au centième si besoin).

- a. Longueur de l'arc d'un cercle de rayon 6 cm intercepté par un angle de $\pi/3$ rad.
- b. Longueur de l'arc d'un cercle de rayon 4 cm intercepté par un angle de 1,5 rad.
- c. Un arc de 9 cm est tracé sur un cercle de rayon 5 cm : quelle est la mesure de l'angle au centre, en radians puis en degrés (arrondi au dixième) ?
- d. Aire du secteur d'angle $\pi/3$ rad dans un cercle de rayon 6 cm.

4 Mesures principales ★★★

Donne la mesure principale (dans $]-\pi ; \pi]$) de chacun des angles suivants :

- a. $7\pi/3$
- b. $-11\pi/4$
- c. $13\pi/6$
- d. $25\pi/4$
- e. -5π
- f. $17\pi/3$

5 Valeurs remarquables ★★★

Donne la valeur exacte de :

- a. $\cos \pi/3$
- b. $\sin \pi/4$
- c. $\cos \pi/6$
- d. $\sin \pi/2$
- e. $\cos \pi$
- f. $\sin 0$
- g. $\sin \pi/6$
- h. $\cos \pi/2$

6 Vrai ou faux ? ★★★

Dis si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifie.

- a. Il existe un réel x tel que $\cos x = 1,2$.
- b. Pour tout réel x : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
- c. Pour tout réel x : $\cos(\pi - x) = \cos x$.
- d. Pour tout réel x : $\sin(x + 2\pi) = \sin x$.
- e. Pour tout réel x : $\cos(-x) = -\cos x$.
- f. Si $\sin x = 1/2$, alors $x = \pi/6$.

7 Sinus ou cosinus déduit ★★★

Dans chaque cas, calcule la valeur exacte demandée.

- a. $\cos x = 3/5$ et $x \in [0 ; \pi]$. Calcule $\sin x$.
- b. $\sin x = -5/13$ et $x \in]-\pi/2 ; 0[$. Calcule $\cos x$.
- c. $\cos x = -\sqrt{5}/3$ et $\sin x > 0$. Calcule $\sin x$.

8 Angles associés : calculs ★★★

Donne la valeur exacte de :

- a. $\cos 5\pi/6$
- b. $\sin 7\pi/6$
- c. $\cos(-\pi/3)$
- d. $\sin 2\pi/3$
- e. $\cos 5\pi/4$
- f. $\sin(-3\pi/4)$
- g. $\cos 11\pi/6$
- h. $\sin 4\pi/3$

9 Simplifier des expressions ★★★

Simplifie, pour tout réel x :

- a. $A = \cos(\pi - x) + \cos(\pi + x) + \cos(-x)$
- b. $B = \sin(\pi + x) - \sin(\pi - x) + \sin(-x)$
- c. $D = \cos(\pi/2 + x) + \sin(\pi - x)$
- d. $E = \cos(\pi/2 - x)^2 + \sin(\pi/2 - x)^2$

10 Équations de base ★★★

Résous :

- a. $\cos x = \sqrt{3}/2$ sur $] -\pi ; \pi]$
- b. $\cos x = -1/2$ sur $] -\pi ; \pi]$
- c. $\sin x = -\sqrt{2}/2$ sur $] -\pi ; \pi]$
- d. $\sin x = 1/2$ sur $[0 ; 2\pi[$
- e. $\cos x = 0$ sur $[0 ; 2\pi[$

11 Équations à ramener ★★★

Résous sur $[0 ; 2\pi[$:

- a. $2\cos x - 1 = 0$
- b. $2\sin x + \sqrt{3} = 0$
- c. $\sqrt{2} \cos x + 1 = 0$
- d. $\sin x = 2$

12 Parité ★★★

Étudie la parité de chaque fonction définie sur $\mathbb{R}$:

- a. $f(x) = x \sin x$
- b. $g(x) = \sin x + x$
- c. $h(x) = \sin x \cos x$
- d. $k(x) = \sin x + 1$
- e. $m(x) = \cos x + x^2$

13 Périodicité pour calculer ★★★

En utilisant la périodicité (période 2π), calcule la valeur exacte de :

- a. $\cos 25\pi/3$
- b. $\sin(-19\pi/6)$
- c. $\cos(2027\pi)$
- d. $\sin 41\pi/4$
- e. $\cos(-33\pi/2)$

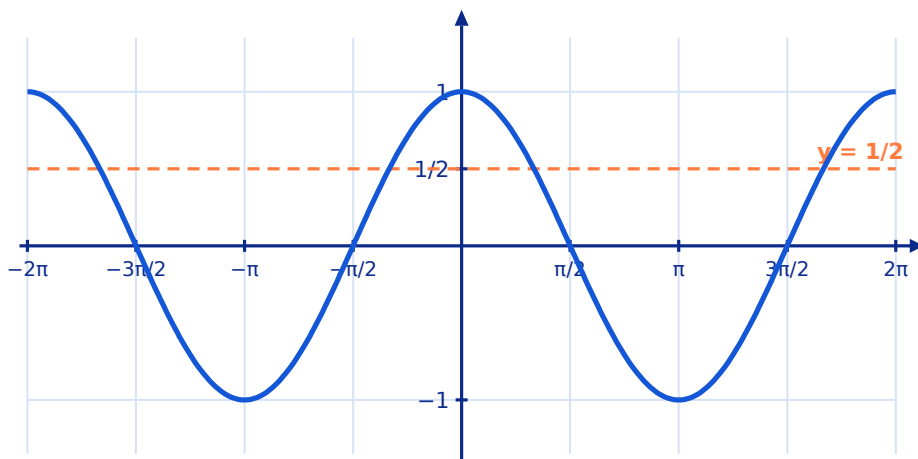
14 Une roue de vélo ★★★

Une roue de vélo a un rayon de 33 cm.

- a. De quelle distance avance le vélo quand la roue tourne d'un angle de $7\pi/4$ rad ? (valeur approchée au dixième de cm)
- b. Combien de tours la roue effectue-t-elle sur un trajet de 100 m ? (arrondi au dixième)

15 Lecture graphique ★★★

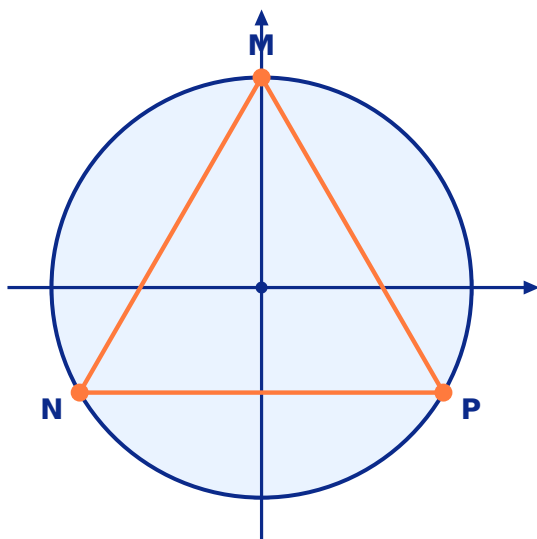
On a tracé la courbe de la fonction cosinus sur $[-2\pi ; 2\pi]$ ainsi que la droite d'équation $y = 1/2$.



- Résous graphiquement $\cos x = \frac{1}{2}$ sur $[-2\pi ; 2\pi]$.
- Vérifie ces valeurs par le calcul.
- Résous $\cos x \geq \frac{1}{2}$ sur $[-2\pi ; 2\pi]$.

16 Un triangle équilatéral dans le cercle ★★★

Dans le repère $(O ; I, J)$, on place sur le cercle trigonométrique les points $M(\frac{\pi}{2})$, $N(\frac{7\pi}{6})$ et $P(\frac{11\pi}{6})$.



- Donne les coordonnées exactes des trois points.
- Calcule les longueurs MN , NP et MP . Que peux-tu dire du triangle MNP ?
- Calcule son aire (valeur exacte puis arrondie au centième).

17 L'hexagone régulier ★★★

On place sur le cercle trigonométrique les six points A_k d'angle $k \times \frac{\pi}{3}$ pour $k = 0, 1, \dots, 5$.

- Donne les coordonnées exactes de $A_0, A_1, \dots, A_5$.
- Calcule la longueur A_0A_1 . En déduire le périmètre de l'hexagone.
- Compare ce périmètre à la circonférence du cercle. Est-ce cohérent ?
- Calcule l'aire de l'hexagone.

18 Équations qui se ramènent à des équations de base ★★★

Résous sur $[0 ; 2\pi[$:

- $2\cos^2 x - 1 = 0$
- $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

19 Équations avec deux angles ★★★

Résous :

- $\cos x = \cos \frac{\pi}{5}$ sur $] -\pi ; \pi]$
- $\sin x = \sin \frac{2\pi}{7}$ sur $] -\pi ; \pi]$
- $\cos x = \sin x$ sur $[0 ; 2\pi[$ (indice : $\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$)

20 Inéquations ★★★

Résous :

- $\cos x \geq \frac{1}{2}$ sur $] -\pi ; \pi]$
- $\sin x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ sur $] -\pi ; \pi]$
- $\cos x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ sur $[0 ; 2\pi[$

21 Étude d'une fonction ★★★

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\cos x - 1$.

- Calcule $f(0)$, $f(\frac{\pi}{3})$, $f(\frac{\pi}{2})$ et $f(\pi)$.
- Montre que f est paire et 2π -périodique.
- Dresse le tableau de variations de f sur $[0 ; \pi]$.
- Quels sont le maximum et le minimum de f sur $\mathbb{R}$?
- Résous $f(x) = 0$, puis $f(x) > 0$ sur $[-\pi ; \pi]$.

22 La grande roue ★★★

Une grande roue a un rayon de 20 m. Son centre est à 22 m au-dessus du sol. Une

nacelle est repérée par l'angle θ (en radians) que fait le segment centre-nacelle avec l'horizontale, mesuré dans le sens direct à partir de la position « à droite du centre ». Sa hauteur au-dessus du sol est $H(\theta) = 22 + 20 \sin \theta$.

- Calcule $H(0)$, $H(\pi/2)$ et $H(7\pi/6)$.
- Quelle est la hauteur minimale de la nacelle ? Pour quel θ de $[0 ; 2\pi[$ est-elle atteinte ?
- Pour quelles valeurs de θ dans $[0 ; 2\pi[$ la nacelle est-elle à 32 m de hauteur ?
- Pour quelle fraction d'un tour la nacelle est-elle à plus de 32 m ? Si un tour dure 9 minutes, quelle durée cela représente-t-il ?

23 Identités à démontrer ★★★

Démontre que, pour tout réel x :

- $(\cos x + \sin x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$;
- $(\cos x - \sin x)^2 + (\cos x + \sin x)^2 = 2$;
- en déduire que si $\cos x + \sin x = \mathbf{1/2}$, alors $\sin x \cos x = \mathbf{-3/8}$.