

Variables aléatoires et loi binomiale

Contrôle de maths - 1ère

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Loi d'une variable aléatoire / 5 pts

Une roue de loterie donne un gain algébrique X (en euros) de loi :

x_i	-4	1	3	10
$P(X = x_i)$	0,4	0,3	0,2	a

- Détermine a.
- Calcule $E(X)$.
- Calcule $V(X)$ puis $\sigma(X)$ arrondi au centième.
- On modifie le jeu : le nouveau gain est $Y = 2X + 1$. Donne $E(Y)$ et $V(Y)$.

2 Reconnaître une loi binomiale / 3 pts

Dans chaque cas, dis si X suit une loi binomiale et, si oui, donne ses paramètres.

- Une urne contient 4 boules bleues et 6 vertes. On tire 15 boules avec remise ; X est le nombre de boules bleues.
- Même urne ; on tire 5 boules sans remise ; X est le nombre de boules bleues.
- Un tireur réussit 70 % de ses tirs ; il tire 12 fois, indépendamment ; X est le nombre de tirs réussis.

3 Coefficients binomiaux / 2 pts

- Calcule $C(8 ; 3)$ à l'aide de la formule avec les factorielles.
- Sachant que $C(8 ; 4) = 70$, déduis-en $C(9 ; 4)$ puis $C(9 ; 5)$.

4 Ampoules défectueuses / 5 pts

Dans une production, 10 % des ampoules sont défectueuses. On prélève un lot de 12 ampoules (assimilé à un tirage avec remise). X est le nombre d'ampoules défectueuses dans le lot.

- Justifie que X suit $B(12 ; 0,1)$.
- Calcule $P(X = 0)$, puis $P(X = 2)$ (arrondis au millièm).

- c. Calcule la probabilité qu'il y ait au moins une ampoule défectueuse.
- d. Calcule $E(X)$ et $\sigma(X)$ (arrondi au centième).

5 Un jeu de dé / 3 pts

Pour jouer, on mise 3 €. On lance 4 fois un dé équilibré ; chaque 6 obtenu rapporte 6 €. Soit X le nombre de 6 obtenus et G le gain algébrique.

- a. Donne la loi de X et calcule $E(X)$.
- b. Exprime G en fonction de X et calcule $E(G)$.
- c. Le jeu est-il favorable au joueur ? Interprète.

6 Simulation en Python / 2 pts

```
import random

def simul(n, p):
    s = 0
    for i in range(n):
        if random.random() < p:
            s = s + 1
    return s
```

- a. Que représente la valeur renvoyée par `simul(20, 0.3)` ? Quelle valeur moyenne obtient-on si on répète l'appel un très grand nombre de fois ?
- b. On veut estimer $P(X \geq 1)$ pour $X \sim B(20 ; 0,3)$. Complète : on appelle `simul(20, 0.3)` N fois et on compte combien de fois le résultat est _____ ; on divise par _____.