

Variations et extremums

Contrôle de maths - 2de

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Lecture sur une courbe / 4 pts

Voici la courbe d'une fonction w définie sur $[0 ; 4]$. On lit $w(0) = 0$, $w(1) = 4$, $w(3) = 0$ et $w(4) = 4$.



- Dresse le tableau de variations de w .
- Donne le maximum et le minimum de w avec les valeurs où ils sont atteints.
- Combien de solutions a l'équation $w(x) = 2$? Et $w(x) = 5$? Justifie.
- Compare $w(1,5)$ et $w(2,5)$.

2 Comparer sans calculatrice / 3 pts

Compare, en citant la fonction de référence et son sens de variation :

- $(-5,1)^2$ et $(-4,9)^2$;
- $1/-0,4$ et $1/-0,7$;
- $f(-\sqrt{3})$ et $f(-1,7)$, où $f(x) = -4x + 1$.

3 Tableau de variations donné / 4 pts

Une fonction f est définie sur $[-6 ; 5]$ par ce tableau.

x	-6		-2		1		5
f(x)	-3	↗	4	↘	-2	↗	6

- Donne les intervalles où f est croissante et ceux où elle est décroissante.
- Donne le maximum et le minimum de f sur $[-6 ; 5]$, avec les valeurs où ils sont atteints.
- Encadre $f(x)$ pour $x \in [-2 ; 1]$.
- Compare $f(-4)$ et $f(-3)$. Peut-on comparer $f(0)$ et $f(3)$? Justifie.

4 Une parabole renversée / 4 pts

Soit $f(x) = -2(x - 3)^2 + 8$ sur $[0 ; 5]$.

- Montre que f est croissante sur $[0 ; 3]$ (prends $0 \leq a < b \leq 3$, compare $3 - a$ et $3 - b$, puis leurs carrés). Dédus-en les variations de f sur $[3 ; 5]$ et dresse le tableau.
- Donne le maximum et le minimum de f sur $[0 ; 5]$.
- Résous $f(x) \geq 6$.

5 Problème : l'enclos contre un mur / 5 pts

Un agriculteur dispose de 60 m de grillage pour fabriquer un enclos rectangulaire adossé à un mur (le côté contre le mur n'est pas clôturé). Il note x la longueur (en m) des deux côtés perpendiculaires au mur.

- Exprime la longueur du côté parallèle au mur en fonction de x . Entre quelles valeurs x varie-t-il ? Montre que l'aire est $A(x) = -2x^2 + 60x$.
- Montre que $A(x) = 450 - 2(x - 15)^2$.
- Dresse le tableau de variations de A sur $[0 ; 30]$. Quelle est l'aire maximale ? Donne alors les dimensions de l'enclos.
- Pour quelles valeurs de x l'aire est-elle d'au moins 400 m^2 ?