

Vecteurs, droites et plans de l'espace

Contrôle de maths - Terminale

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Vrai ou faux (justifier) / 3 pts

Dans chaque cas, dis si l'affirmation est vraie ou fausse, et justifie la réponse (1 point chacune).

- « Si deux droites de l'espace n'ont aucun point commun, alors elles sont parallèles. »
- « Si $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$, alors les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires. »
- « Les points $A(1 ; 2 ; 3)$, $B(-2 ; -4 ; -6)$ et $O(0 ; 0 ; 0)$ sont alignés. »

2 Décomposition dans un tétraèdre / 4 pts

ABCD est un tétraèdre. M est le milieu de [AB], N est le point tel que $\vec{CN} = \frac{2}{3}\vec{CD}$, et P est le point tel que $\vec{AP} = -\vec{AB} + \vec{AC} + 2\vec{AD}$. On travaille avec la base $(\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD})$.

- Exprime $\vec{AN}$ en fonction de $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AD}$. (1 pt)
- Exprime $\vec{MN}$. (1 pt)
- Exprime $\vec{MP}$. (1 pt)
- Montre que M, N et P sont alignés. (1 pt)

3 Coordonnées dans l'espace / 4 pts

Dans un repère de l'espace, on donne $A(2 ; 1 ; -1)$, $B(4 ; 0 ; 1)$ et $C(5 ; 2 ; 4)$.

- Calcule les coordonnées de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$. Ces vecteurs sont-ils colinéaires ? (1 pt)
- Détermine les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. (1 pt)
- Montre que les diagonales [AC] et [BD] ont le même milieu et donne ses coordonnées. (1 pt)
- Le point $E(3 ; -2 ; -2)$ appartient-il au plan (ABC) ? (1 pt)

4 Droites et représentations paramétriques / 4 pts

Dans un repère de l'espace, on donne $A(1 ; 2 ; -1)$ et $B(3 ; -2 ; 0)$.

- a. Donne une représentation paramétrique de la droite (AB). (1 pt)
- b. Les points $C(-3 ; 10 ; -3)$ et $D(5 ; -6 ; 2)$ appartiennent-ils à (AB) ? (1 pt)
- c. On considère la droite $d' : x = 4 + s, y = -7 + s, z = s$. Montre que (AB) et d' sont sécantes et donne leur point d'intersection. (2 pts)

5 Positions relatives dans un cube / 3 pts

ABCDEFGH est un cube de centre Ω . O est le centre de la face ABCD et O' celui de la face EFGH.

- a. Quelle est la position relative de la droite (BD) et du plan (EFG) ? Justifie. (1 pt)
- b. Démontre que les plans (ACH) et (BEG) sont parallèles. (1 pt)
- c. Détermine l'intersection des plans (ACG) et (BDH). (1 pt)

6 Base de l'espace / 2 pts

Dans un repère de l'espace, on donne $\vec{u}(1 ; 0 ; 1)$, $\vec{v}(2 ; 1 ; 0)$, $\vec{w}(1 ; 2 ; -1)$ et $\vec{t}(3 ; 3 ; -1)$.

- a. Montre que $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une base de l'espace. (1 pt)
- b. Détermine les coordonnées de $\vec{t}$ dans cette base. (1 pt)