

Vecteurs et repère

Corrigé du contrôle - 2de

Durée conseillée : 45 minutes. Barème sur 20 points. Calculatrice interdite.

1 Coordonnées, milieu et norme / 4 pts

- $\vec{AB}(4 - (-2) ; -1 - 3) = (6 ; -4) ; \vec{AC}(1 - (-2) ; -5 - 3) = (3 ; -8) ; \vec{BC}(1 - 4 ; -5 - (-1)) = (-3 ; -4)$. (1,5 point : 0,5 par vecteur)
- $M((-2 + 4)/2 ; (3 + (-1))/2) = (1 ; 1)$. (1 point)
- Le repère est orthonormé : $BC = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$. (1,5 point : formule 0,5 ; calcul 0,5 ; résultat 0,5)

Calculatrice autorisée pour l'ensemble du contrôle.

2 Relation de Chasles / 4 pts

- $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}$, donc l'expression vaut $\vec{AD} - \vec{AD} = \mathbf{0}$. (1,5 point)
- $\vec{MA} - \vec{MB} = \vec{MA} + \vec{BM} = \vec{BM} + \vec{MA} = \vec{BA}$. Puis $\vec{BA} + \vec{AC} = \vec{BC}$. (1,5 point)
- D'après la règle du parallélogramme, $\vec{EF} + \vec{EH} = \vec{EG}$. (1 point)

3 Parallélogramme et rectangle / 4 pts

- ABCD est un parallélogramme $\Leftrightarrow \vec{AB} = \vec{DC}$. $\vec{AB}(5 ; 1)$ et, avec $D(x ; y)$, $\vec{DC}(5 - x ; 4 - y)$. Donc $5 - x = 5$ et $4 - y = 1$, soit $x = 0$ et $y = 3$: **D(0 ; 3)**. (2 points)
- Le centre est le milieu de [AC] : $((-3 + 5)/2 ; (-1 + 4)/2) = (1 ; 1,5)$; c'est aussi celui de [BD] : $((2 + 0)/2 ; (0 + 3)/2) = (1 ; 1,5)$. (1 point)
- $\vec{AC}(8 ; 5)$ donc $AC = \sqrt{89} \approx 9,4$. $\vec{BD}(-2 ; 3)$ donc $BD = \sqrt{13} \approx 3,6$. Les diagonales n'ont pas la même longueur : ABCD n'est **pas** un rectangle. (1 point)

4 Colinéarité / 4 pts

- $2 \times 15 - (-6) \times (-5) = 30 - 30 = 0$: les vecteurs sont **colinéaires** (on a $\vec{v} = -3\vec{u}$). (1,5 point)
- $2 \times m - 4 \times (-5) = 0 \Leftrightarrow 2m + 20 = 0 \Leftrightarrow m = -10$. (1,5 point)
- $\vec{AB}(2 ; -5)$ et $\vec{AC}(-6 ; 15)$: ce sont les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, colinéaires d'après a. Donc A, B et C sont **alignés**. (1 point)

5 Démonstration avec des vecteurs / 4 pts

- a. I est le milieu de [AD] (D symétrique de A par rapport à I), donc $\vec{AI} = \vec{ID}$. I est le milieu de [BC], donc $\vec{BI} = \vec{IC}$. (1 point)
- b. $\vec{AB} = \vec{AI} + \vec{IB}$ (Chasles). Or $\vec{AI} = \vec{ID}$ et $\vec{IB} = \vec{CI}$ (opposés de $\vec{BI} = \vec{IC}$). Donc $\vec{AB} = \vec{CI} + \vec{ID} = \vec{CD}$ (Chasles). (2 points)
- c. $\vec{AB} = \vec{CD}$: ABDC est un **parallélogramme** (on lit A, B, D, C). (1 point)