

Volumes

Cours de maths - 6ème

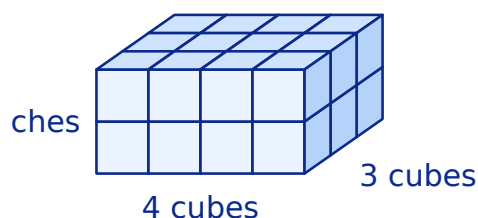
Une boîte, un aquarium, une piscine : tous ces objets occupent de la place. Dans ce chapitre, tu apprends à **mesurer cette place** : compter des cubes, calculer le volume d'un pavé droit ou d'un cube, changer d'unité (m^3 , dm^3 , cm^3 , litres) et résoudre des problèmes concrets.

1. Qu'est-ce qu'un volume ?

Volume d'un solide Le **volume** d'un solide mesure l'**espace qu'il occupe**. Pour le mesurer, on choisit une **unité de volume** (u.v.) et on compte combien de fois elle « rentre » dans le solide.

C'est comme pour une longueur : on compte combien de fois une petite règle rentre dans un segment. Pour un volume, l'unité est un **petit cube**.

Exemple : compter des cubes Voici un pavé droit construit avec des petits cubes identiques. On prend un petit cube pour unité de volume.



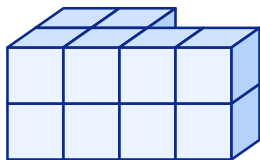
Sur la première couche il y a $4 \times 3 = 12$ cubes. Il y a 2 couches, donc $12 \times 2 = 24$ cubes. Le volume est de **24 u.v.**

Piège : les cubes cachés Sur un dessin en perspective, on ne voit pas tous les cubes. Ceux de derrière ou du dessous existent quand même : il faut les compter ! Aide-toi des couches pour ne rien oublier.

2. Comparer des volumes

Comparer deux solides Quand deux solides sont construits avec des cubes identiques, on compte les cubes de chacun : celui qui a le plus de cubes a le plus grand volume. Pour ne pas se tromper, on compte **couche par couche** ou colonne par colonne.

Exemple : un solide en L Voici un solide en forme de L, avec des cubes identiques.



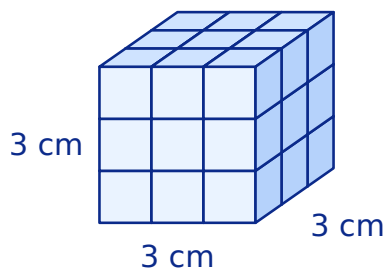
Deux couches de hauteur. Chaque couche contient 4 cubes devant et 2 cubes derrière, soit 6 cubes. Volume : $6 \times 2 = 12 \text{ u.v.}$

Volume et forme Deux solides de formes très différentes peuvent avoir le même volume. Un solide « plus haut » n'a pas forcément un plus grand volume : il faut tout compter.

3. Le centimètre cube

Le centimètre cube (cm^3) Un cube dont l'arête mesure 1 cm a un volume de **1 cm^3** (« un centimètre cube »). C'est l'unité de volume la plus utilisée pour les petits objets : $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$.

Avec des cubes de 1 cm d'arête, le volume en cm^3 est le **nombre de cubes**. Voici un cube de 3 cm d'arête, rempli de petits cubes de 1 cm^3 :

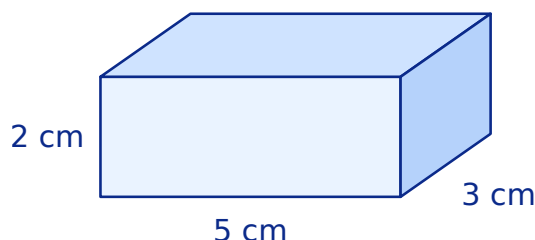


Une couche : $3 \times 3 = 9$ cubes. Trois couches : $9 \times 3 = 27$ cubes. Le volume est **27 cm^3** .

Ne confonds pas cm^2 et cm^3 Le cm^2 mesure une **aire** (une surface) ; le cm^3 mesure un **volume** (de l'espace). Si tu mesures la place occupée par un objet, c'est toujours une unité « au cube ».

4. Le volume d'un pavé droit

Un **pavé droit** (ou parallélépipède rectangle) est un solide dont toutes les faces sont des rectangles : une boîte à chaussures, une brique, un aquarium. Il a trois dimensions : la **longueur**, la **largeur** et la **hauteur**.



Pour remplir cette boîte de cubes de 1 cm : le fond contient $5 \times 3 = 15$ cubes ; il faut 2 couches ; au total $15 \times 2 = 30$ cubes. Donc 30 cm^3 .

Volume d'un pavé droit Volume = longueur $\times$ largeur $\times$ hauteur. Les trois dimensions doivent être exprimées **dans la même unité**. Si elles sont en cm, le volume est en cm^3 ; en dm, il est en dm^3 ; en m, il est en m^3 .

Calculer un volume pas à pas 1) Repère les trois dimensions et vérifie qu'elles ont la même unité. 2) Calcule l'aire du fond : longueur $\times$ largeur. 3) Multiplie par la hauteur. 4) Écris le résultat avec l'unité au cube.

Exemple : un pavé de 8 cm, 6 cm et 5 cm. Fond : $8 \times 6 = 48 \text{ cm}^2$. Volume : $48 \times 5 = 240 \text{ cm}^3$.

Chercher une dimension manquante Si on connaît le volume et deux dimensions, on divise. Un pavé de 240 cm^3 a un fond de 48 cm^2 : sa hauteur est $240 \div 48 = 5 \text{ cm}$. Vérifie en remultipliant !

5. Le volume d'un cube

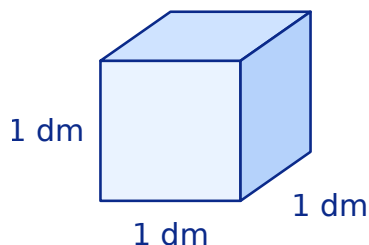
Le cube Un **cube** est un pavé droit dont les trois dimensions sont égales : c'est sa **longueur d'arête**. Le volume d'un cube d'arête a est : $a \times a \times a$, que l'on écrit a^3 .

Arête (cm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Volume (cm^3)	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1 000

Piège classique 4^3 ne veut pas dire 4×3 ! $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$. De même, si on double l'arête d'un cube, son volume n'est pas doublé : il est multiplié par 8 ($2 \times 2 \times 2$).

6. Les unités de volume

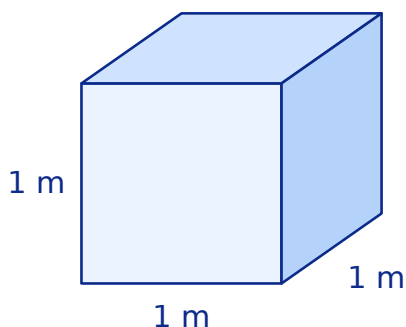
Comme pour les longueurs, il existe des multiples et sous-multiples. Les unités à connaître sont le **mètre cube** (m^3), le **décimètre cube** (dm^3) et le **centimètre cube** (cm^3).



Un cube de 1 dm d'arête, soit 10 cm : son volume est $10 \times 10 \times 10 = 1\,000\text{ cm}^3$. Donc $1\text{ dm}^3 = 1\,000\text{ cm}^3$.

Passer d'une unité à la suivante Quand on passe d'une unité de volume à la suivante, on multiplie ou on divise par **1 000**.

$1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ dm}^3 \cdot 1\text{ dm}^3 = 1\,000\text{ cm}^3 \cdot$ donc $1\text{ m}^3 = 1\,000\,000\text{ cm}^3$.



Un cube de 1 m d'arête : $100\text{ cm} \times 100\text{ cm} \times 100\text{ cm} = 1\,000\,000\text{ cm}^3 = 1\,000\text{ dm}^3$.

Convertir avec un tableau Chaque unité occupe **trois colonnes** (centaines, dizaines, unités). On place le dernier chiffre de la partie entière dans la colonne des unités de l'unité de départ, puis on lit le nombre dans l'autre unité.

m^3			dm^3			cm^3		
c	d	u	c	d	u	c	d	u
		3	2	5	0			
					2	4	5	0

Ligne 1 : $3,25\text{ m}^3 = 3\,250\text{ dm}^3$. Ligne 2 : $2\,450\text{ cm}^3 = 2,45\text{ dm}^3$ (le 2 est dans la colonne des unités de dm^3). c = centaines, d = dizaines, u = unités.

Exemples $7\text{ dm}^3 = 7\,000\text{ cm}^3 \cdot 4\,500\text{ dm}^3 = 4,5\text{ m}^3 \cdot 0,6\text{ m}^3 = 600\text{ dm}^3 \cdot 12\,000\text{ cm}^3 = 12\text{ dm}^3$.

Ce n'est pas $\times 10$ ni $\times 100$! Pour les longueurs, on multiplie par 10 de rang en rang ($1\text{ m} = 10\text{ dm}$). Pour les volumes, c'est par **1 000** : 1 m^3 n'est pas 10 dm^3 mais $1\,000\text{ dm}^3$.

7. Volumes et capacités : le litre

Le litre Un **litre** (L) est la capacité d'un cube de 1 dm d'arête : **1 L = 1 dm³**. La **capacité** d'un récipient est le volume de liquide qu'il peut contenir.

Égalités à connaître 1 L = 1 dm³ · 1 mL = 1 cm³ (un millilitre) · 1 m³ = 1 000 L · 1 L = 100 cL = 1 000 mL.

Volume	Capacité
1 m ³	1 000 L
1 dm ³	1 L
1 cm ³	1 mL (0,001 L)
250 cm ³	250 mL = 25 cL
0,5 dm ³	0,5 L = 50 cL

Exemple Un petit pot a un volume de 330 cm³. En millilitres : 330 mL. En litres : 0,33 L. Une bouteille de 1,5 L contient 1 500 cm³ de liquide.

Mathbot te conseille Pour passer d'un volume à une capacité, convertis d'abord en **dm³**. Dès que tu as des dm³, tu as des litres, sans aucun calcul de plus !

8. Résoudre un problème de volume

La démarche 1) Fais un petit schéma et note les dimensions. 2) Convertis toutes les longueurs dans la même unité. 3) Calcule le volume (L × l × h). 4) Convertis le résultat dans l'unité demandée (L, m³...). 5) Écris une phrase réponse avec l'unité.

Exemple : un aquarium Un aquarium mesure 80 cm de long, 30 cm de large et 40 cm de haut. Quelle est sa capacité en litres ?

Volume : $80 \times 30 \times 40 = 2\,400 \times 40 = 96\,000 \text{ cm}^3$. Or $96\,000 \text{ cm}^3 = 96 \text{ dm}^3 = 96 \text{ L}$. **Il contient au maximum 96 litres.**

Exemple : un solide composé Un solide est formé de deux pavés collés. L'un a un volume de 120 cm³ et l'autre de 45 cm³. Le volume total est la **somme** : $120 + 45 = 165 \text{ cm}^3$. Si on creuse un trou dans un pavé, on **soustrait** le volume enlevé.

À retenir

- Le volume mesure l'espace occupé par un solide ; on le compte en unités de volume, par exemple en petits cubes.
- Le cm³ est le volume d'un cube de 1 cm d'arête.
- Pavé droit : volume = longueur × largeur × hauteur (même unité pour les trois).

Cube : volume = arête $\times$ arête $\times$ arête.

- De m^3 à dm^3 et de dm^3 à cm^3 , on multiplie par 1 000 : $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$ et $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$.
- $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$; $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$; $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ L}$.
- Pour trouver une dimension manquante, on divise le volume par l'aire du fond.